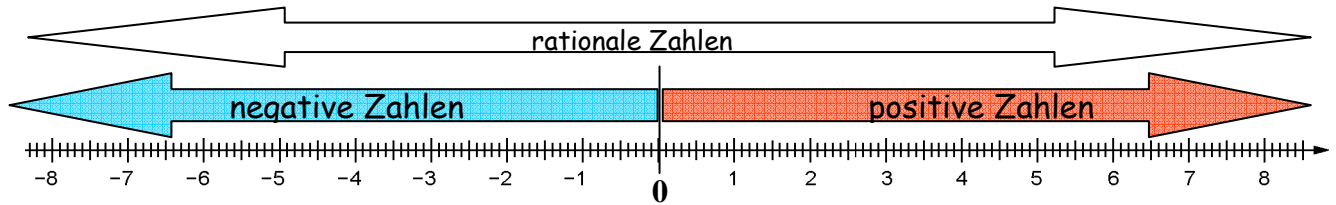




M 1.7 Rechnen mit negativen (rationalen) Zahlen

Zahlen, die auf dem Zahlenstrahl links von der Null liegen, heißen negative Zahlen



Negative Zahlen werden mit einem Minuszeichen vor der Zahl gekennzeichnet. Bei positiven Zahlen hingegen wird auf eine besondere Kennzeichnung mit einem Pluszeichen aus Bequemlichkeitsgründen verzichtet. Dies ist für viele Schüler verwirrend. Wenn z.B. 2 positive Zahlen addiert oder subtrahiert werden, könnte man auch schreiben

Addition
 $(+4) + (+3) = (+7)$

Subtraktion
 $(+4) - (+3) = (+1)$

Stattdessen schreibt man: $4 + 3 = 7$

$4 - 3 = 1$

Addition und Subtraktion von negativen Zahlen:

Eine gute Möglichkeit, sich das Addieren und Subtrahieren mit negativen Zahlen zu erklären, ist die Vorstellung, positive Zahlen mit Einnahmen oder Ausgaben und negative Zahlen mit Schulden gleichzusetzen.

Beispiel: Egon möchte eine Übersicht über seinen privaten Kontostand haben.

Er hat 80€ und leiht sich beim Vater weitere 120€, um sich ein I-Pod zu kaufen. Wie viel Geld hat er nach dem I-Pod-Kauf?

Rechnung: $(+80€)$ Guthaben + $(+120€)$ Kredit = $(+200€)$ Bargeld - $(+200€)$ I-Pod = $0€$ + $(-120€)$ Schulden = $-120€$

80 + 120 = 200 - 200 = 0 - 120 = -120

Wenn er nun für den Kauf von Kopfhörern noch einmal 50€ Schulden macht, vergrößern sich seine Schulden:

Rechnung: $(-120) + (-50) = (-170)$

In den nächsten Tagen jobbt Egon und verdient 80€. Diese zahlt er sofort an seinen Vater, um die Schulden zu verringern.

Rechnung: $(-170) - (-80) = (-90)$

Merke:

Wenn ich Geld (**positive Zahlen**) bekomme (**addieren**), gehe ich auf dem Zahlenstrahl nach **rechts**.

$80 + 120 = 200$

Wenn ich Geld (**positive Zahlen**) ausbe (b**subtrahieren**), gehe ich auf dem Zahlenstrahl nach **links**.

$200 - 200 = 0$

Wenn ich Schulden (**negative Zahlen**) mache (**addieren**), gehe ich auf dem Zahlenstrahl nach **links**.

$0 + (-120) = -120$

Wenn ich Schulden (**negative Zahlen**) zurückzahle (**subtrahieren**), gehe ich auf dem Zahlenstrahl nach **rechts**.

$-170 - (-80) = -90$



Multiplikation und Division von negativen Zahlen:

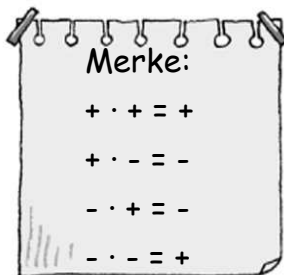
Eine gute Möglichkeit, sich das Multiplizieren und Dividieren mit negativen Zahlen zu erklären, ist die Vorstellung, dass sich Räder verschiedener Größen antreiben. Dabei wird das Drehen im Uhrzeigersinn als positive Drehrichtung und das Drehen gegen den Uhrzeigersinn als negative Drehrichtung gedacht.

Das große Rad A hat einen Umfang von 8 cm, das kleine Rad B hat einen Umfang von 4 cm. Wie oft dreht sich das kleine Rad, wenn man das Große 1-mal dreht?
Lösung: \ddot{U} (Übersetzung) (A,B) = $8 : 4 = 2$ Mal (im Uhrzeigersinn)
Beide Räder drehen in gleicher Richtung.

Nun werden die Antriebsriemen anders angeordnet. Wie oft und in welche Richtung dreht sich B, wenn man A 1-mal dreht?
Lösung: \ddot{U} (A,B) = $8 : (-4) = -2$ Mal.
B dreht sich gegen den Uhrzeigersinn

Ein drittes Rad C (U= 2 cm) wird auf B gesetzt und ein viertes Rad D (U = 1 cm) angeschlossen. Wie oft und in welche Richtung dreht sich D, wenn man A 1-mal dreht?
Lösung: \ddot{U} (A,B) = $8 : (-4) = -2$
 \ddot{U} (C,D) = $2 : 1 = 2$
 \ddot{U} (A,D) = $-2 \cdot 2 = -4$

Die Antriebsriemen von C nach D werden verändert. Wie oft und in welche Richtung dreht sich D, wenn man A 1-mal dreht?
Lösung: \ddot{U} (A,B) = $8 : (-4) = -2$
 \ddot{U} (C,D) = $2 : (-1) = -2$
 \ddot{U} (A,D) = $-2 \cdot (-2) = 4$



Beispiele:

$$3 \cdot 4 = 12$$

$$3 \cdot (-4) = -12$$

$$-4 \cdot 3 = -12$$

$$-4 \cdot (-3) = 12$$

Beispiele:

$$12 : 4 = 3$$

$$12 : (-4) = -3$$

$$-12 : 4 = -3$$

$$-12 : (-4) = 3$$

Werden mehrere negative Zahlen multipliziert oder dividiert, reicht es aus, die Anzahl der negativen Faktoren zu zählen. Ist die Anzahl ungerade, ist das Ergebnis negativ. Ist die Anzahl gerade, ist das Ergebnis positiv.

Beispiel: $(-2) \cdot (+2) = -4$ ungerade Anzahl
 $(-2) \cdot (+2) \cdot (-2) = 8$ gerade Anzahl
 $(-2) \cdot (+2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -16$ ungerade Anzahl
 $(-2) \cdot (+2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 32$ gerade Anzahl



Aufgaben: Rechnen mit negativen Zahlen



1) Welcher Term gehört zu welcher Aufgabe?



a) Stefan hat 50€ und kauft sich für 20 € eine DVD. Wie viel Geld hat er noch?

$$-50 \text{ €} + 70 \text{ €} = 20 \text{ €}$$

b) Nora hat 50 € auf dem Konto, Für ihre Handyrechnung werden 70 € abgebucht. Wie viel Geld hat sie noch auf dem Konto?

$$-2000 \text{ €} - (-200 \text{ €}) = -1800 \text{ €}$$

c) Kevin hat 2000 € Schulden und leiht sich zusätzlich 200 €. Wie viel Miese hat er noch?

$$50 \text{ €} + 70 \text{ €} = 120 \text{ €}$$

d) Sabine hat 2000 € Schulden und zahlt die erste Rate a 200 € zurück. Wie viel Schulden hat sie noch?

$$50 \text{ €} + 20 \text{ €} = 70 \text{ €}$$

e) Britt hat 50 € in der Geldbörse und bekommt 20€ geschenkt. Wie viel Bargeld hat sie?

$$50 \text{ €} - 20 \text{ €} = 30 \text{ €}$$

f) Kemal hat 50 € auf dem Konto. Er erhält eine Gutschrift von 70 €. Wie hoch ist der Kontostand?

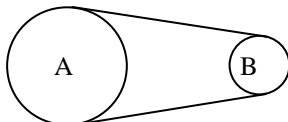
$$-2000 \text{ €} + (-200 \text{ €}) = -2200 \text{ €}$$

f) Volkan hat 50 € Miese dem Konto. Er erhält eine Gutschrift von 70 €. Wie hoch ist der Kontostand?

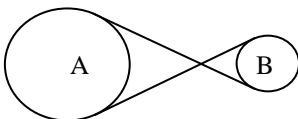
$$50 \text{ €} - 70 \text{ €} = -20 \text{ €}$$

2) Welcher Term gehört zu welcher Aufgabe?

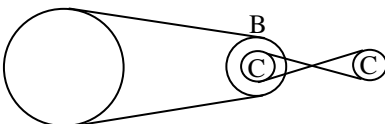
Umfang der Rollen: A = 16 cm, B = 8 cm, C = 4 cm, D = 2 cm



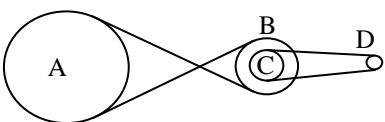
$$\ddot{U}(A,C) = (16 : 8) \cdot (1 : (-1)) = 2 \cdot (-1) = -2$$



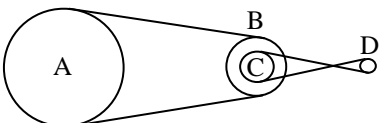
$$\ddot{U}(A,B) = 16 : 8 = 2$$



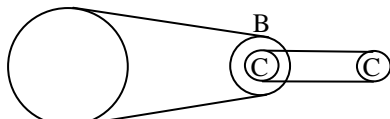
$$\ddot{U}(A,D) = (16 : (-8)) \cdot (4 : 2) = -2 \cdot 2 = -4$$



$$\ddot{U}(A,B) = 16 : (-8) = -2$$



$$\ddot{U}(A,D) = (16 : 8) \cdot (4 : (-2)) = 2 \cdot (-2) = -4$$



$$\ddot{U}(A,C) = (16 : 8) \cdot (1 : 1) = 2 \cdot 1 = 2$$

Auswertung *	0-10	11-13
Erreichte Punkte		
Bearbeite	*	**
Ergänzende Materialien		



**

Aufgaben: Rechnen mit negativen Zahlen

**

Merke:

$$+ (+ 5) = + 5$$

$$+ (- 5) = - 5$$

$$- (+ 5) = - 5$$

$$- (- 5) = + 5$$

Merke:

$$+ \cdot + = +$$

$$+ \cdot - = -$$

$$- \cdot + = -$$

$$- \cdot - = +$$

$$+ : + = +$$

$$+ : - = -$$

$$- : + = -$$

$$- : - = +$$

** 3) Berechne den Term und vereinfache wenn möglich!



	Term	Vereinfachung	Ergebnis
a)	$(+3) + (+7) =$	$3 + 7 =$	10
b)	$(+12) + (+13) =$		
c)	$(+ 12) - (+6) =$		
d)	$(+25) - (+12) =$		
e)	$(+8) + (-4) =$		
f)	$(-4) + (+8) =$		
g)	$(-5) + (+13) =$		
h)	$(+22) + (-12) =$		
i)	$(+8) - (-6) =$		
j)	$(-8) + (-6) =$		

** 4) Berechne den Term und vereinfache wenn möglich!



	Term	Vereinfachung	Ergebnis
a)	$(-3) + (-8) =$	$-3 - 8 =$	- 11
b)	$(-7) + (-2) =$		
c)	$(-7) - (-2) =$		
d)	$(+8) - (-3) =$		
e)	$(-3) - (+8) =$		
f)	$(-3) - (-8) =$		
g)	$(-3) + (-8) =$		
h)	$(+12) - (-4) =$		
i)	$(-4) + (-12) =$		
j)	$(-4) + (+12) =$		

** 5) Berechne den Term!



	Term	Vereinfachung	Ergebnis
a)	$(+3) \cdot (+7) =$	$3 \cdot 7 =$	21
b)	$(+12) \cdot (+13) =$		
c)	$(+ 12) : (+6) =$		
d)	$(+36) : (+12) =$		
e)	$(+8) \cdot (-4) =$		
f)	$(-4) \cdot (+8) =$		
g)	$(-5) \cdot (+13) =$		
h)	$(+4) \cdot (-12) =$		
i)	$(+8) : (-2) =$		
j)	$(-8) : (-2) =$		

** 6) Berechne den Term!



	Term	Vereinfachung	Ergebnis
a)	$(-3) \cdot (-8) =$	$-3 \cdot (-8) =$	24
b)	$(-7) \cdot (-2) =$		
c)	$(-16) : (-2) =$		
d)	$(+12) : (-3) =$		
e)	$(-24) : (+8) =$		
f)	$(-32) : (-8) =$		
g)	$(-3) \cdot (-8) =$		
h)	$(+12) \cdot (-4) =$		
i)	$(-12) : (-4) =$		
j)	$(-4) \cdot (+12) =$		

Auswertung **	0-30	31 - 36
Erreichte Punkte		
Bearbeite	**	***
Ergänzende Materialien		



Aufgaben: Rechnen mit negativen Zahlen



7) Berechne den Term!

	Term	Ergebnis
a)	$3 + (-7) =$	
b)	$-4 - 8 =$	
c)	$-9 + (-3) =$	
d)	$4 + (-7) - 2 =$	
e)	$-4 + (-3) + (-2) =$	
f)	$-4 - (-3) + (-2) =$	
g)	$-4 + (-3) - (-2) =$	
h)	$-2 + (-4 - 8) =$	
i)	$-2 - (-4 - 8) =$	
j)	$-8 - [-3 - (-6 + 2)] =$	



c) Alexa hatte 300 Miese auf dem Konto. Nun wurde auch noch 420 € Miete abgebucht. Wie ist der Kontostand?

d) Eine Öl-Bohrplattform hat 120 m Höhe und bohrt in 1200 m Meerestiefe nach Öl. Wie lang ist das Bohrgestänge?

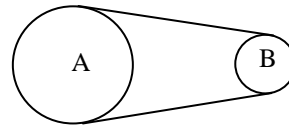
8) Berechne den Term!

	Term	Ergebnis
a)	$3 \cdot (-7) =$	
b)	$-4 \cdot 8 =$	
c)	$-9 \cdot (-3) =$	
d)	$4 \cdot (-3) \cdot (-2) =$	
e)	$-4 \cdot (-3) \cdot (-2) =$	
f)	$2 \cdot (-4) \cdot 2 =$	
g)	$2 \cdot (-4) \cdot 2 \cdot (-2) =$	
h)	$-2 \cdot (-4) \cdot 2 \cdot (-2) =$	
i)	$8 : (-2) \cdot (-3) =$	
j)	$(-8) \cdot (-6) : (-24) =$	



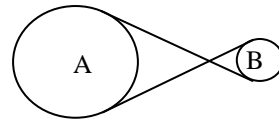
10) Berechne die Übersetzung Ü!

a)



A : U = 12 cm
B : U = 3 cm

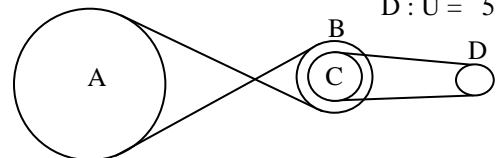
b)



A : U = 18 cm
B : U = 6 cm

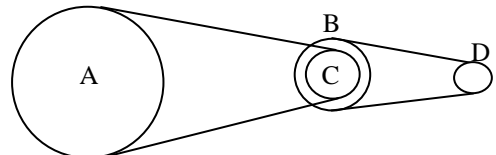
11) Berechne die Teil-Übersetzungen und die Gesamtübersetzung!

c)



A : U = 20 cm
B : U = 10 cm
C : U = 8 cm
D : U = 5 cm

d)



9) Stelle einen Term auf und berechne ihn!

a) Murat besaß 1200 € und hat zum Kauf eines 3.200 € teuren Motorrads 2000 € Schulden gemacht. Wie viel Geld besitzt er nach dem Kauf des Motorrades

b) Janine hatte 500 € Schulden und davon 200 € zurückgezahlt. Wie ist ihr Kontostand?

Auswertung ***	0 - 22	23 - 30
Erreichte Punkte		
Bearbeite	***	Nix mehr
Ergänzende Materialien		



Aufgaben für die Berufsfachschule

12) Berechne den Term!



	Term	Ergebnis
a)	$3 - (6 - 7) =$	
b)	$-4 + (-8 - 6) =$	
c)	$200 - (-50 + 30) + 10 =$	
d)	$100 - (30 + 15 + 25) =$	
e)	$-100 \cdot (-3 + (-2)) =$	
f)	$2,5 \cdot (-4 + 8) =$	
g)	$2,45 - (-0,55 + 2,05) =$	
h)	$-2 \cdot (-4,5) \cdot 2 \cdot (-2) =$	
i)	$12,5 : (-2,5) \cdot (-3) =$	
j)	$(-0,5) \cdot (-6) : (-0,3) =$	

f) $5b^2 + 3b - 2c^2 + 3a - b + 4c^2 =$

12) Vereinfach den Term!



a) $3a + 5b + 2a - 6b =$

b) $-3a + 5b - 2a + 6b =$

c) $3c - 2a - 4 + 5a - c =$

d) $-5 + 7c - 2a + 4b + 4a - 2c =$

e) $6f - 33 + 4e - 3b + 12 - 2f^2 - 3f$

13) Löse die Klammern auf und vereinfache!



a) $4a^2 + (4a - 3) - (-6b) + b^2 =$

b) $4a^2 + 3a(a + b - 2) =$

c) $3ab(-3a) + 2a^2 - b + a^2b =$

d) $5z(z + 1) - 5e(-z) - 2z^2 =$

e) $4b(8a - 4b) - 8b^2 =$

f) $2[5a(-2a + b)] + 4a^2 + 2ab =$

Auswertung ***	0 - 17	18 - 22
Erreichte Punkte		
Bearbeite	***	Nix mehr
Ergänzende Materialien		