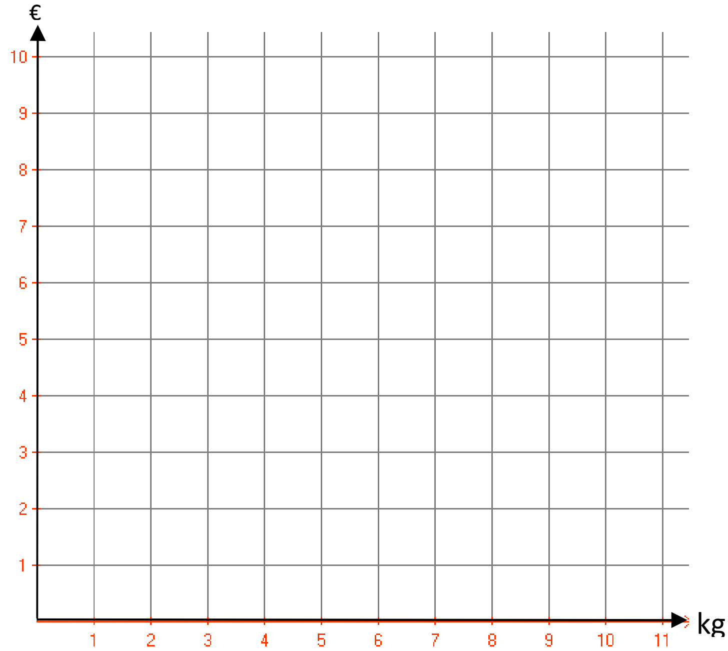
M 1.14 Lineare Funktionen

Verständnisaufgaben

1) 1 Kg Äpfel kosten 0,8 €.

a) Erstelle eine Wertetabelle und zeichne den dazugehörigen Graph in das Koordinatensystem!

kg	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
€	0,8									



b) Begründe mit eigenen Worten, warum hier eine proportionale Zuordnung besteht.

____

____

____

5

2)

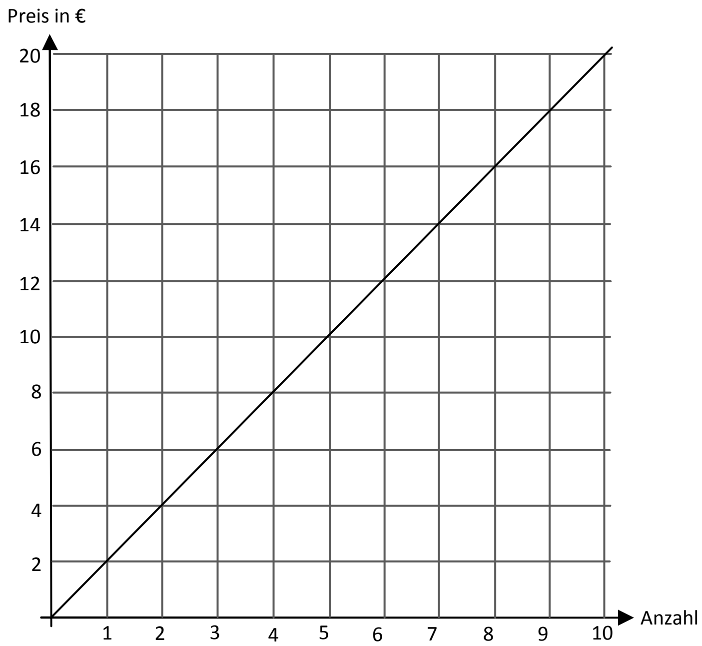
a) Ergänze die Tabellen

Hundefutter in Dosen	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Preis je Dose in €			4,50							

Jogurt in Bechern		2								
Preis je Becher in €		4								

b) Welcher proportionale Zusammenhang wird in dem Funktionsgraph rechts dargestellt?

____



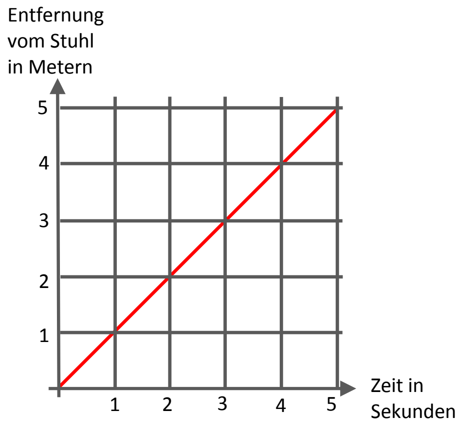
c) Zeichne den fehlenden Funktionsgraphen!

robert.hinze@afl.hessen.de

Funktionsgraphen interpretieren

3) Folgende Funktionsgraphen zeigen den Zusammenhang zwischen einem Stuhl und einer Person, die sich in einer bestimmten Zeit vom diesem Stuhl entfernt oder sich ihm nähert.

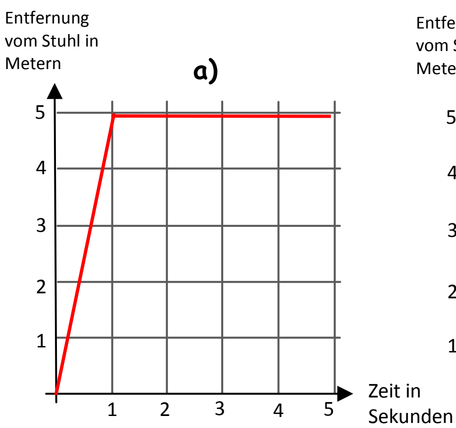
Beispiel:



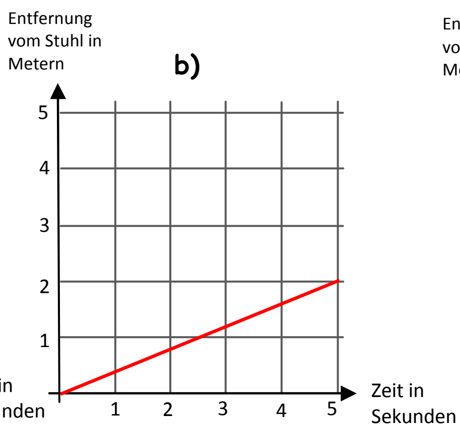
Interpretation des Funktionsgraphen:
Eine Person entfernt sich in gleichmäßiger Geschwindigkeit vom Stuhl und ist nach 5 Sekunden 5 m vom Stuhl entfernt.

Aufgabe: Bildet Zweiergruppen und wählt einen der unten abgebildeten Funktionsgraphen aus. Was sagt der Graph über die Entfernung einer Person vom Stuhl aus?
Stellt einen Stuhl an eine Klassenraumwand und zeigt euren Mitschülern eure Interpretation des Funktionsgraphen, in dem einer von euch sich dem Stuhl nähert, oder sich von ihm entfernt. Achtet dabei auf die angegebene Zeit, in dem ein Schüler die 5 Sekunden laut mitzählt. Eure Mitschüler müssen nun an Hand eurer Bewegung den richtigen Funktionsgraphen erkennen.

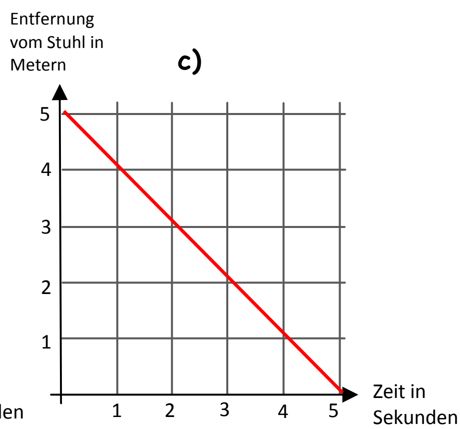
a)



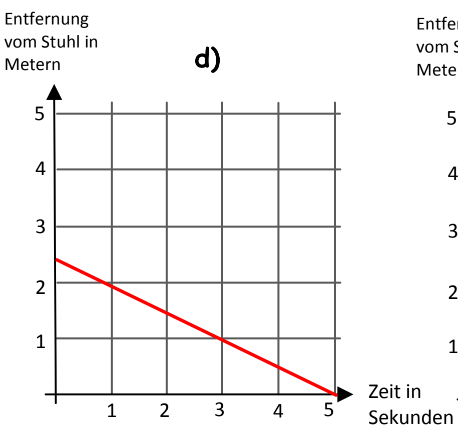
b)



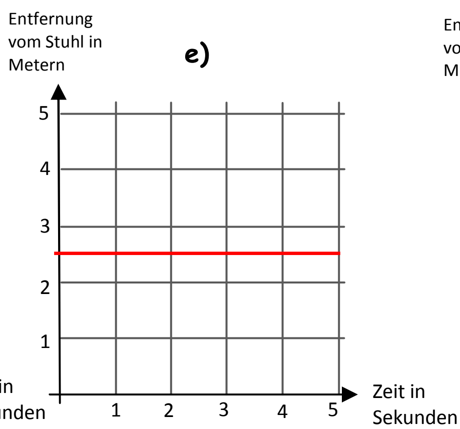
c)



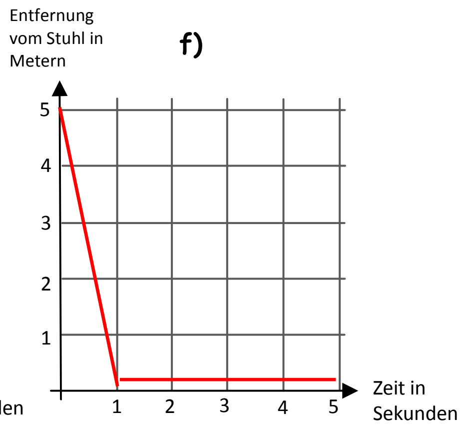
d)



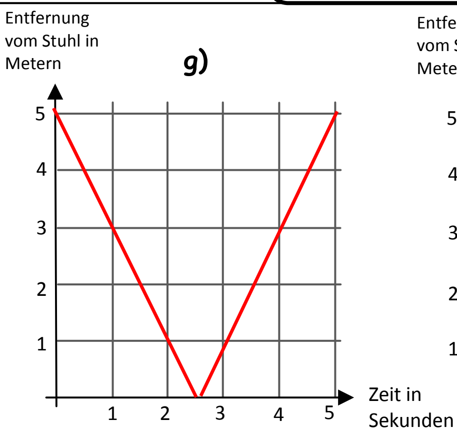
e)



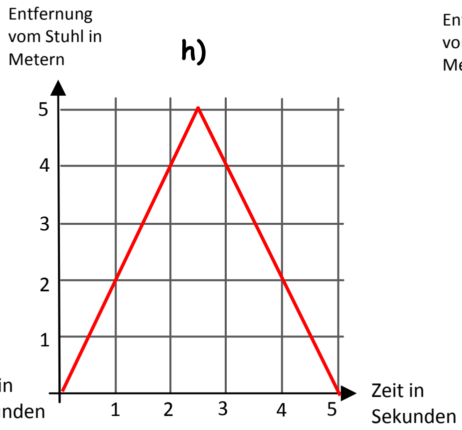
f)



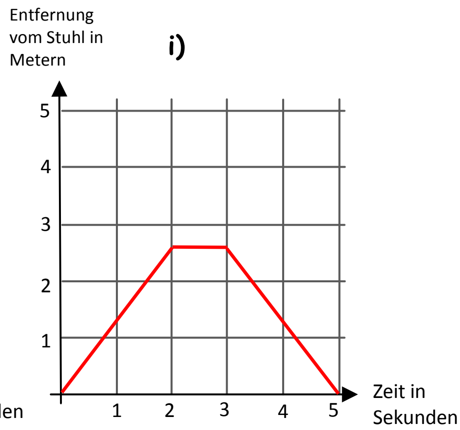
g)



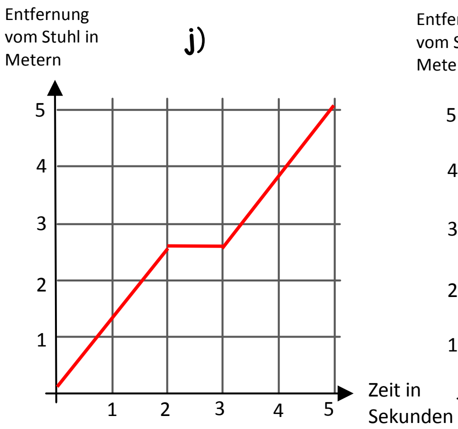
h)



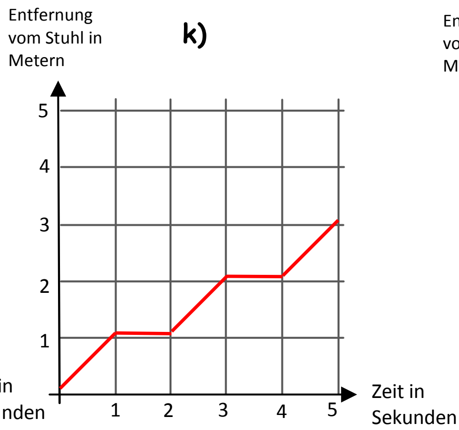
i)



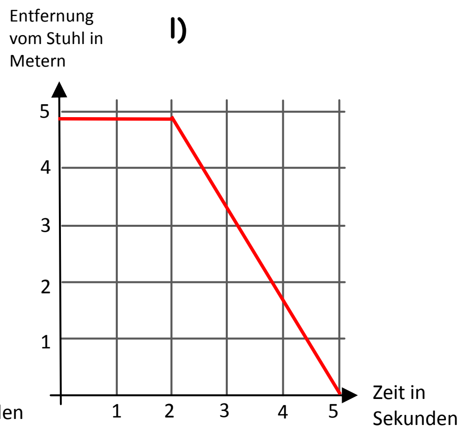
j)



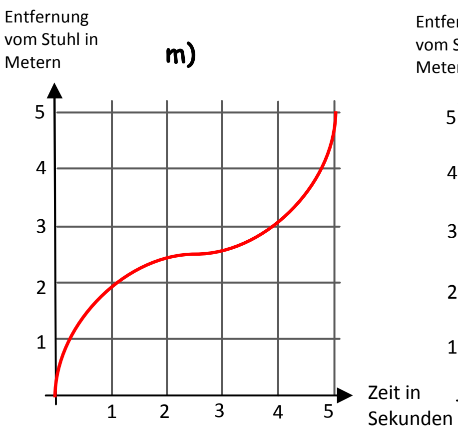
k)



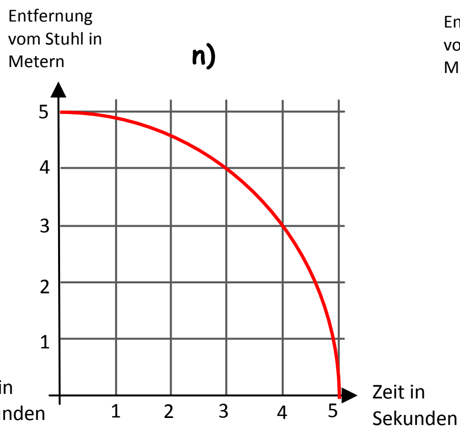
l)



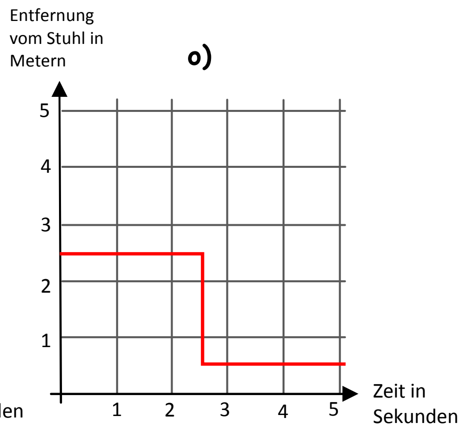
m)



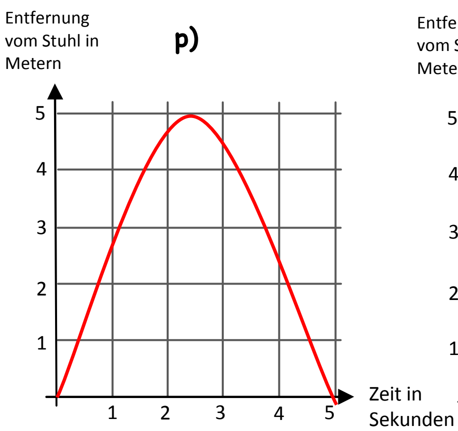
n)



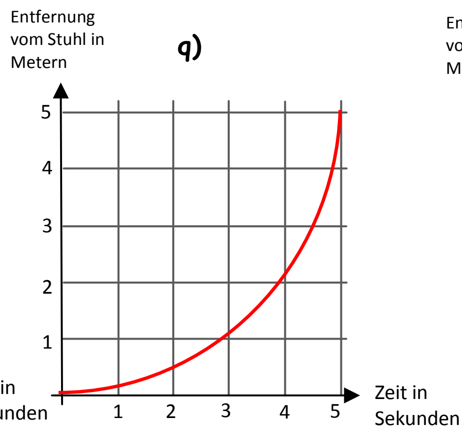
o)



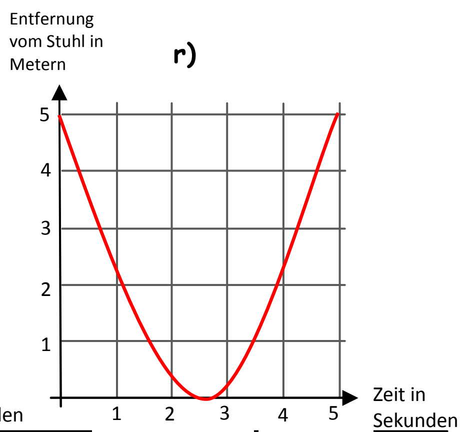
p)



q)



r)



Aufgaben lineare Funktionen

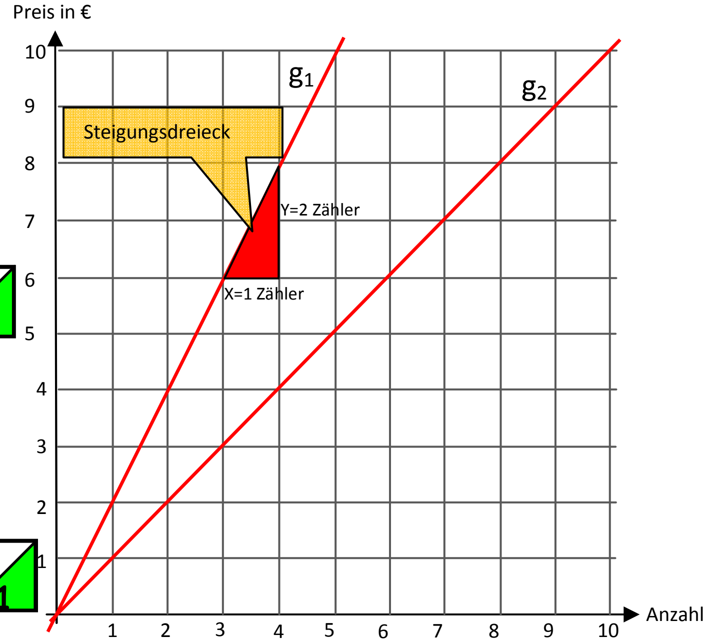
Steigung einer Graden, Proportionalitätsfaktor

4) Auf dem Rummel kostet eine Achterbahnfahrt 2 €, eine Geisterbahnfahrt 1€ pro Fahrt.

a) Welcher Graph kennzeichnet welche Fahrt?

g_1 =________________________________

g_2 = ________________________________



Ist bei einer proportionalen Zuordnung ein Wertepaar bekannt, lassen sich alle weiteren Wertepaare bestimmen.

Achterbahnfahrten	x	1	2	3	4	5
€	y	2	4			

Der Quotient aus y-Wert und x-Wert wird Proportionalitätsfaktor, bzw. Steigungsfaktor genannt.

Aus der Achterbahntabelle kann abgelesen werden, dass zum x-Wert 1 der y-Wert 2 gehört
y : x = 2 : 1 = 2 ⟶ Der Proportionalitätsfaktor/Steigungsfaktor beträgt 2.
Den Preis für Achterbahnfahrten könnte man auch durch die Funktion: y = 2x ausdrücken.

Das Steigungsdreieck

Um aus einem Graph direkt den Steigungsfaktor abzulesen, zeichnet man in das Koordinatensystem ein Steigungsdreieck ein.
Dazu sucht man sich auf dem Graph einen Punkt, an dem der Graph die senkrechten Koordinatenlinien schneidet. Dann geht man einen x-Zähler nach rechts. Von diesem Punkt aus geht man wieder senkrecht nach oben und bestimmt den Punkt, an dem der Graph wieder geschnitten wird. Nun muss man nur noch zusammenrechnen, wie viele Zähler die Dreiecksseite hat, die parallel zu der y-Achse liegt.

In unserem Achterbahnbeispiel können wir aus dem Steigungsdreieck herauslesen, dass auf einen x-Wert zwei y-Werte kommen. Der Steigungsfaktor beträgt also: $\frac{y}{x} = \frac{2}{1} = 2$

Der mathematische Ausdruck für den Steigungsfaktor heißt „m"
y = m·x bezeichnet den Funktionsgraph mit der Steigung m

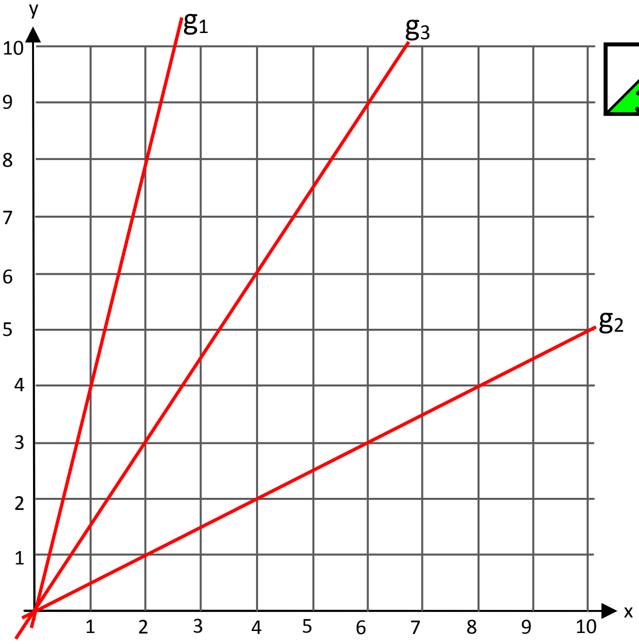
5a) Zeichne oben in das Koordinatensystem ein Steigungsdreieck für den Graph der Geisterbahnfahrt ein

5b) Bestimme den Steigungsfaktor der Geisternahfahrt (g2) $m = \frac{y-Zähler}{x-Zähler} =$

robert.hinze@afl.hessen.de

6) Bestimme die Funktionsgleichung der Geraden!
g_1, g_2 und g_2 mit Hilfe eines Steigungsdreiecks!

Hinweis: Um ein besseres Ergebnis zu erzielen, kann es hilfreich sein, nicht nur einen Zähler auf der x-Achse nach rechts zu gehen.



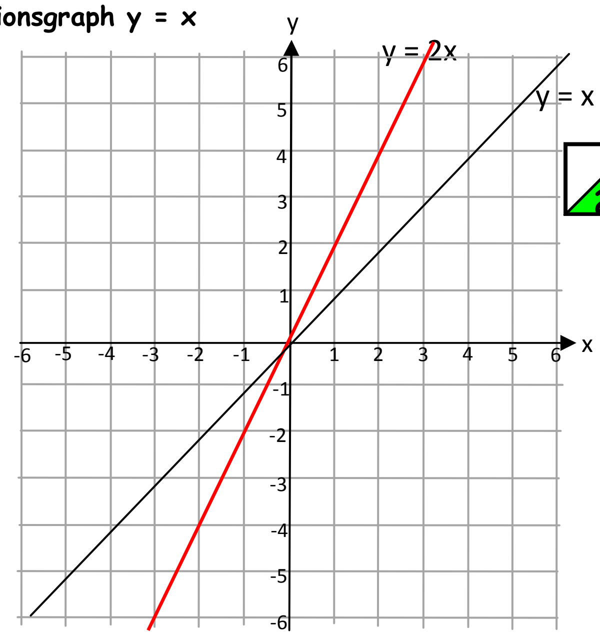
g_1 : m = $\frac{y - Zähler}{x - Zähler}$ = y = ____x

g_2: m = $\frac{y - Zähler}{x - Zähler}$ = Y = ____x

g_3: m = $\frac{y - Zähler}{x - Zähler}$ = y = ____x

7) Der Steigungsfaktor m legt den Verlauf einer Graden fest. Beschreibe bei folgenden Funktionen den Verlauf der Geraden mit eigenen Worten und zeichne sie in das Koordinatensystem. Nimm als Anhaltspunkt den Funktionsgraph y = x

Beispiel: Y = 2x
Die Gerade verläuft durch den Ursprungspunkt und den ersten und dritten Quadranten von links unten nach rechts oben. Sie ist steiler als der die Gerade y = x



y = 1/2x
____
____
____
____

y = 4x
____
____
____
____

Lineare Gleichungen mit negativem Steigungsfaktor m

Lineare Funktionsgraphen mit positivem Steigungsfaktor **m** gehen immer durch den ersten und dritten Quadranten. Was passiert, wenn **m** negativ ist?

8a) Stelle eine Wertetabelle für die Funktion Y = -2x auf.

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
y	10											

8b) Zeichne den dazugehörigen Funktionsgraphen in das Koordinatensystem!

8c) Beschreibe mit eigenen Worten den Verlauf der Geraden y = -2x!

y = -2x

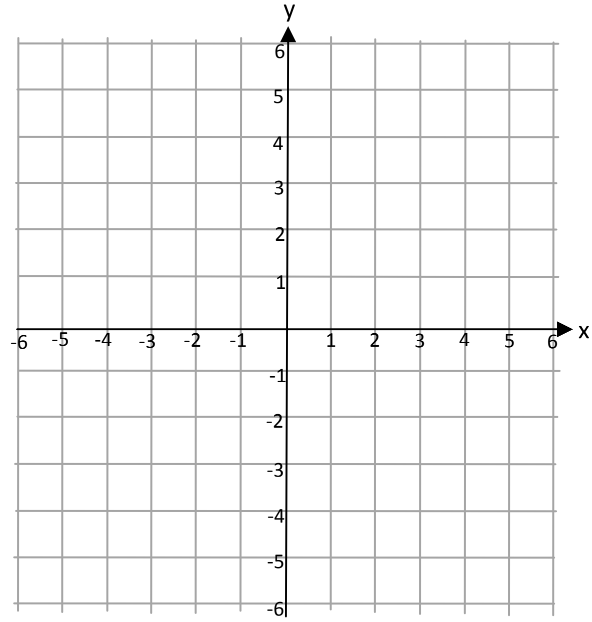
____

____

____

____

____

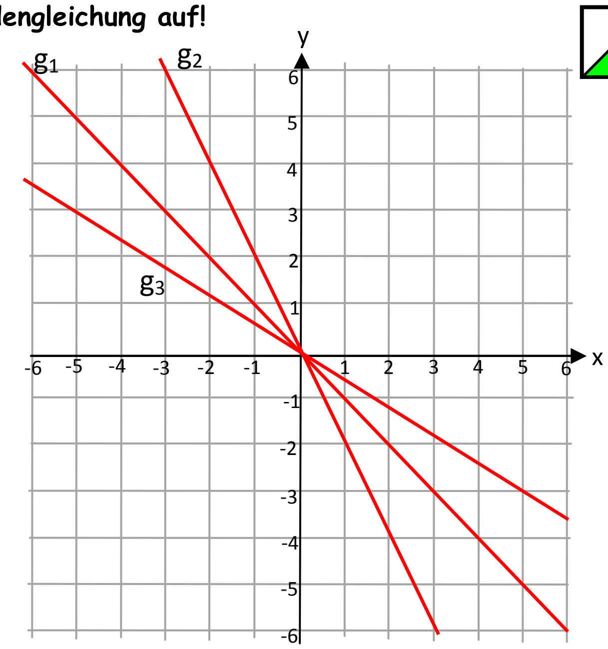


9) Bestimme bei den Geraden g1, g2 und g3 den Steigungsfaktor mit Hilfe eines Steigungsdreiecks und stelle die dazugehörige Geradengleichung auf!

g_1 : m = $\frac{y - Zähler}{x - Zähler}$ = y = ___x

g_2: m = $\frac{y - Zähler}{x - Zähler}$ = y = ___x

g_3: m = $\frac{y - Zähler}{x - Zähler}$ = y = ___x



robert.hinze@afl.hessen.de

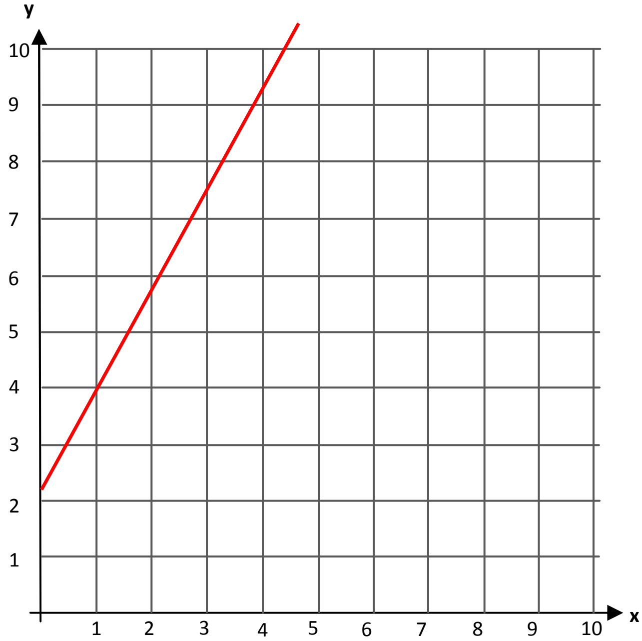
Lineare Funktionen mit der Gleichung y = m·x + b

Beispiel: Jan will mit dem Taxi nach Hause fahren. Die Einschaltgebühr beträgt 2,20 €, pro Kilometer kommen 1,80 € hinzu. Stelle die Taxikosten in einem Funktionsgraphen dar.

Die Fahrkosten lassen sich mathematisch so ausdrücken: 2,20 € + 1,80 € ·x km, oder als Geradengleichung: $y = 1{,}8x + 2{,}2$.

Um den Graph zu zeichnen, stellen wir zuerst eine Wertetabelle auf.

x	0	1	2	3	4
y	2,2	4	5,8	7,6	9,4



Wie wir erkennen können, bezeichnet das Glied b in einer Geradengleichung den Schnittpunkt des Funktionsgraphen mit der Y – Achse.

Wenn das b fehlt oder gleich Null ist, schneidet der Graph die Y- Achse im Nullpunkt. So eine Gerade wird auch Ursprungsgerade genannt.

10) Zeichne die Funktionsgraphen folgender Gleichungen!

8

G_1: y= x + 2

G_2: y= x + 3

G_3: y= x - 2

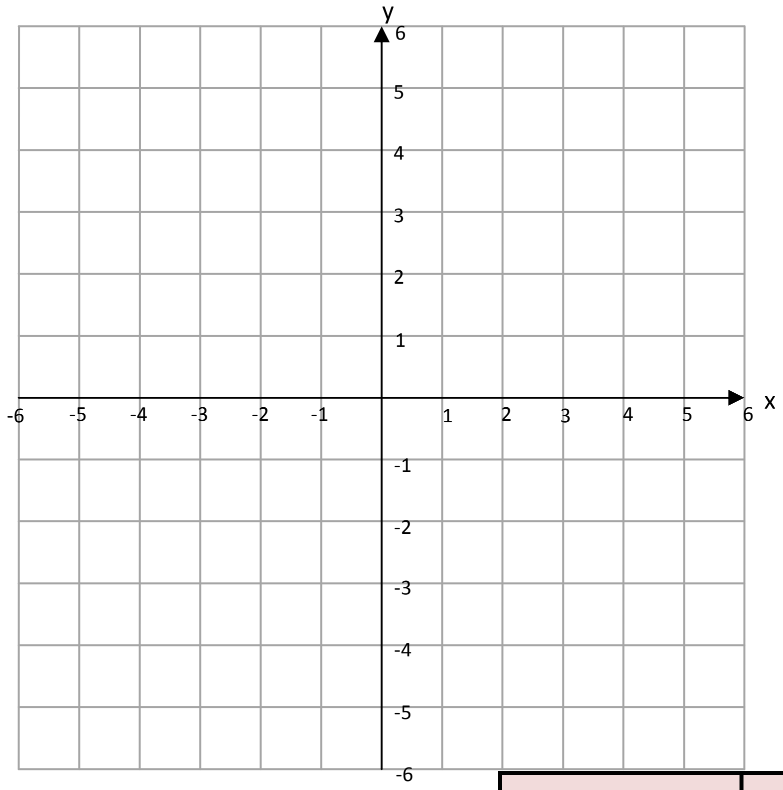
G_4: y= 2x - 3

G_5: y= -x +1

G_6: y= 0,5x +4

G_7: y= -x - 4

G_8: y= -2x - 5



	0 - 19	20 -25
Erreichte Punkte		
Bearbeite	*	**
Ergänzende Materialien		

robert.hinze@afl.hessen.de

** Aufgaben: lineare Funktionen **

Bestimmung der Gradengleichung, wenn die Steigung und ein Punkt bekannt sind:

Wie heißt die Gradengleichung, wenn die Steigung m und ein Punk t P bekannt sind?
Beispiel: m = 2; P (2/3)
Diese Aufgabe lässt sich rechnerisch oder zeichnerisch lösen. Zunächst die rechnerische Lösung:

die allgemeine Gradengleichung lautet: | y = |

Der Punkt P (hier im Beispiel (2/3) ist bekannt und damit muss die Gleichung auch für diesen Punkt gelten. Wir setzen nun für x den Wert 2, für y den Wert 3 und für die Steigung m den Wert 2 in die allgemeine Gradengleichung ein.

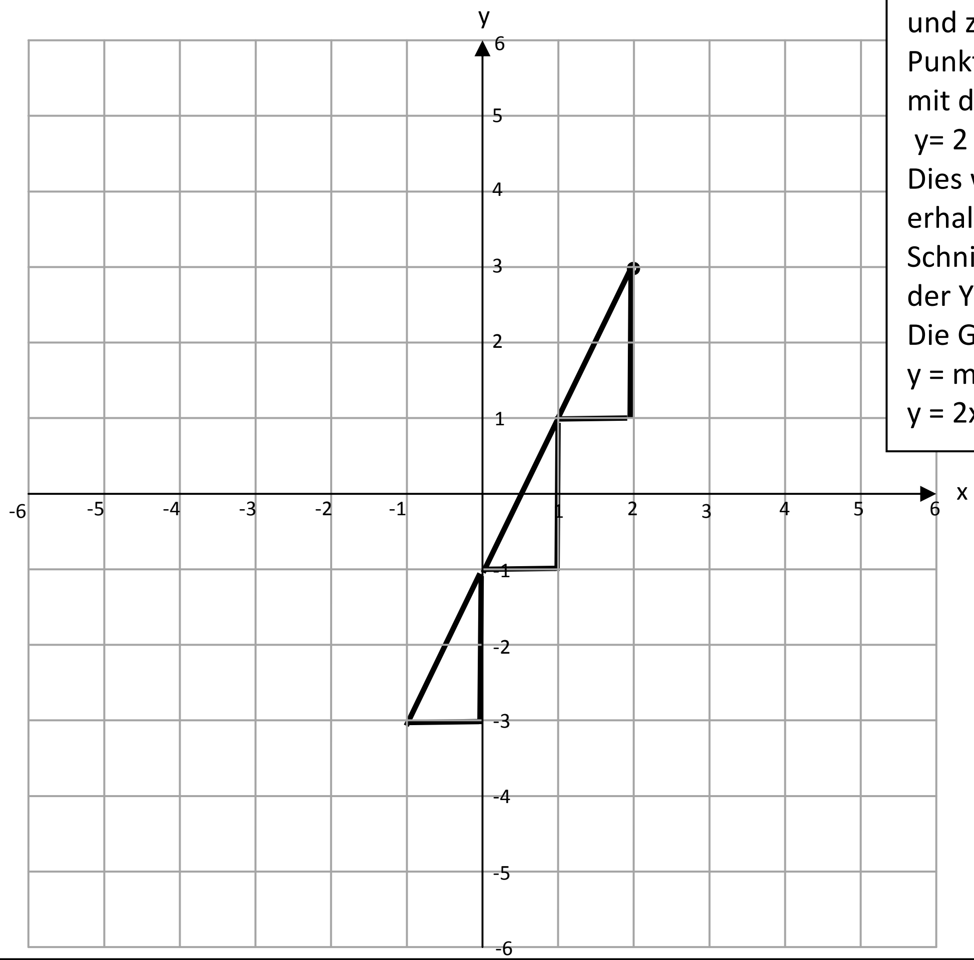
y = mx + b

3 = ______ + b   und lösen die Gleichung nach b auf.

3 - ______ = b

b =

Nun die zeichnerische Lösung



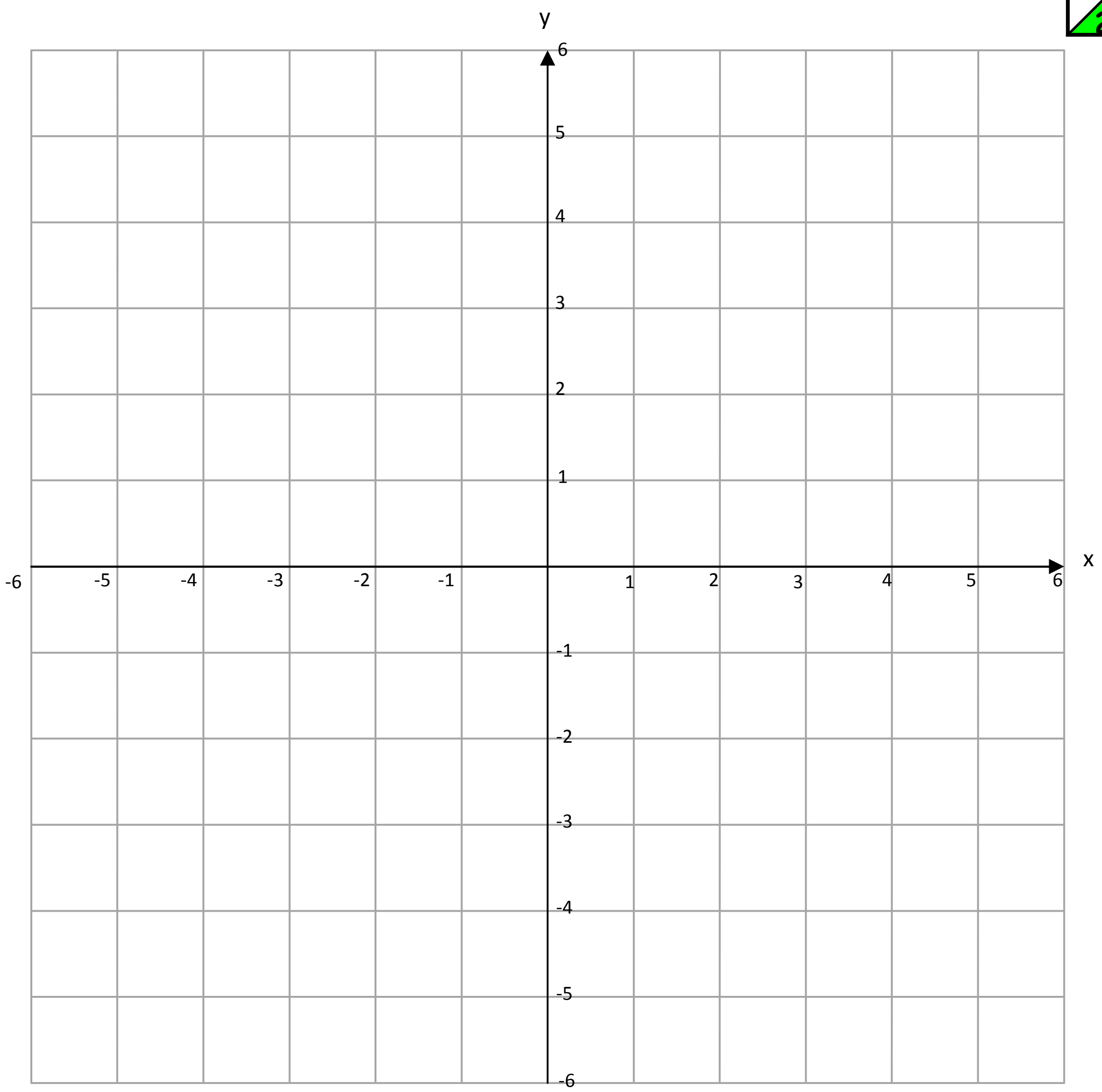
Wir markieren den Punkt 2/3 und zeichnen von diesem Punkt aus das Steigungsdreieck mit den Werten
y= 2 und x=1
Dies wiederholen wir und erhalten dann den Schnittpunkt der Gerden mit der Y-Achse.
Die Gradengleichung lautet:
y = mx + b
y = 2x -1

11) Bestimme rechnerisch und zeichnerisch folgende Gradengleichungen

a) m = 1,5; P (2/-1) b) m = -2; P (-1/3)

rechnerische Lösung:

zeichnerische Lösungen:



Bestimmung der Gradengleichung, wenn 2 Punkte bekannt sind:

Auch hier gibt es eine rechnerische und eine zeichnerische Lösung.

Beispiel: P1 (2/4) und P2 (1/2)

Rechnerische Lösung:
Um die Gradengleichung aufzustellen, muss ich die Steigung m und den Schnittpunkt mit der y Achse b bestimmen. Die Steigung ermittle ich mit der Formel:. $\boxed{\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}}$

Dabei ist es egal, welchen der beiden gegebenen Punkte ich als 1 oder 2 bezeichne.

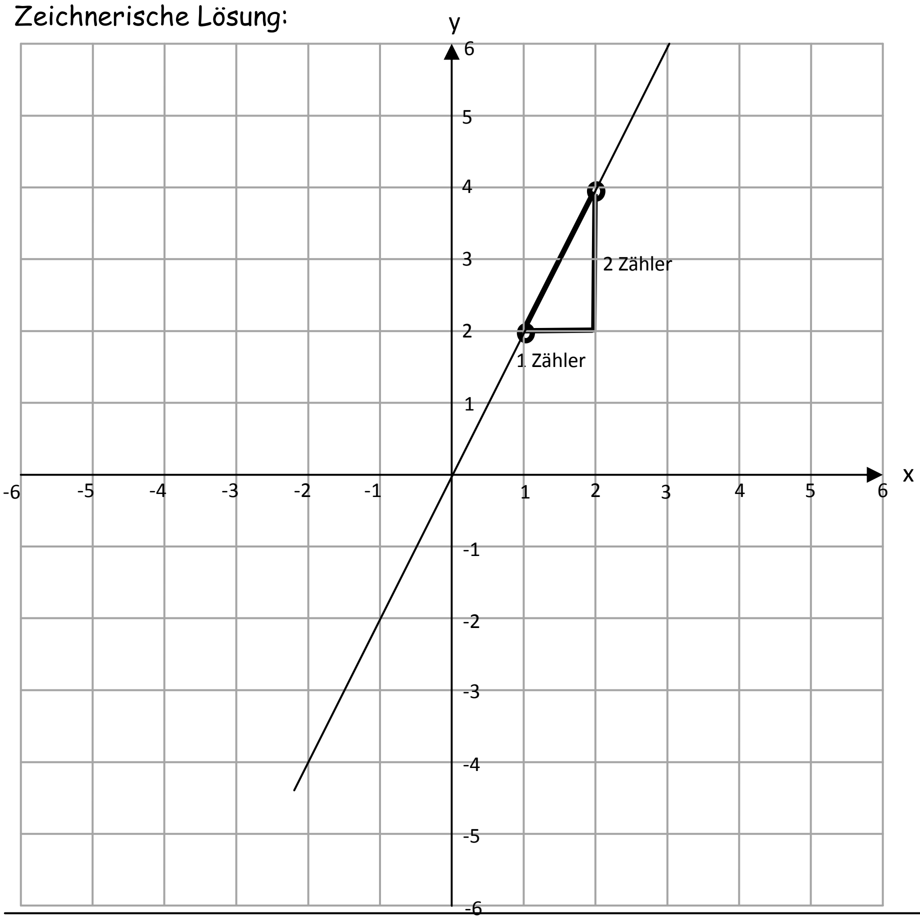
m = $\frac{4-2}{2-1} = \frac{2}{1} = 2$ oder m = $\frac{2-4}{1-2} = \frac{-2}{-1} = 2$

Mit der ermittelten Steigung ist es jetzt einfach, mit Hilfe der allgemeinen Gradengleichung den Schnittpunkt b zu ermitteln. Wir wählen einen der gegebnen Punkte und setzen dessen Werte in die allgemeine Gradengleichung ein.

y = mx + b
4 = 2·2 + b
4 = 4 + b |-4
0 = b
Die Gleichung lautet: y = 2x

Probe mit dem zweiten Punkt: y = mx + b
2 = 2·1 + 0
2 = 2

Zeichnerische Lösung:



Wir markieren die gegebenen Punkte (2/4) und (1/2) und können so die Grade zeichnen. Die Steigung ermitteln wir über das Steigungsdreieck, der Schnittpunkt b mit der y Achse kann direkt abgelesen werden.
y = mx + b
Die Gleichung lautet:
y = 2 x

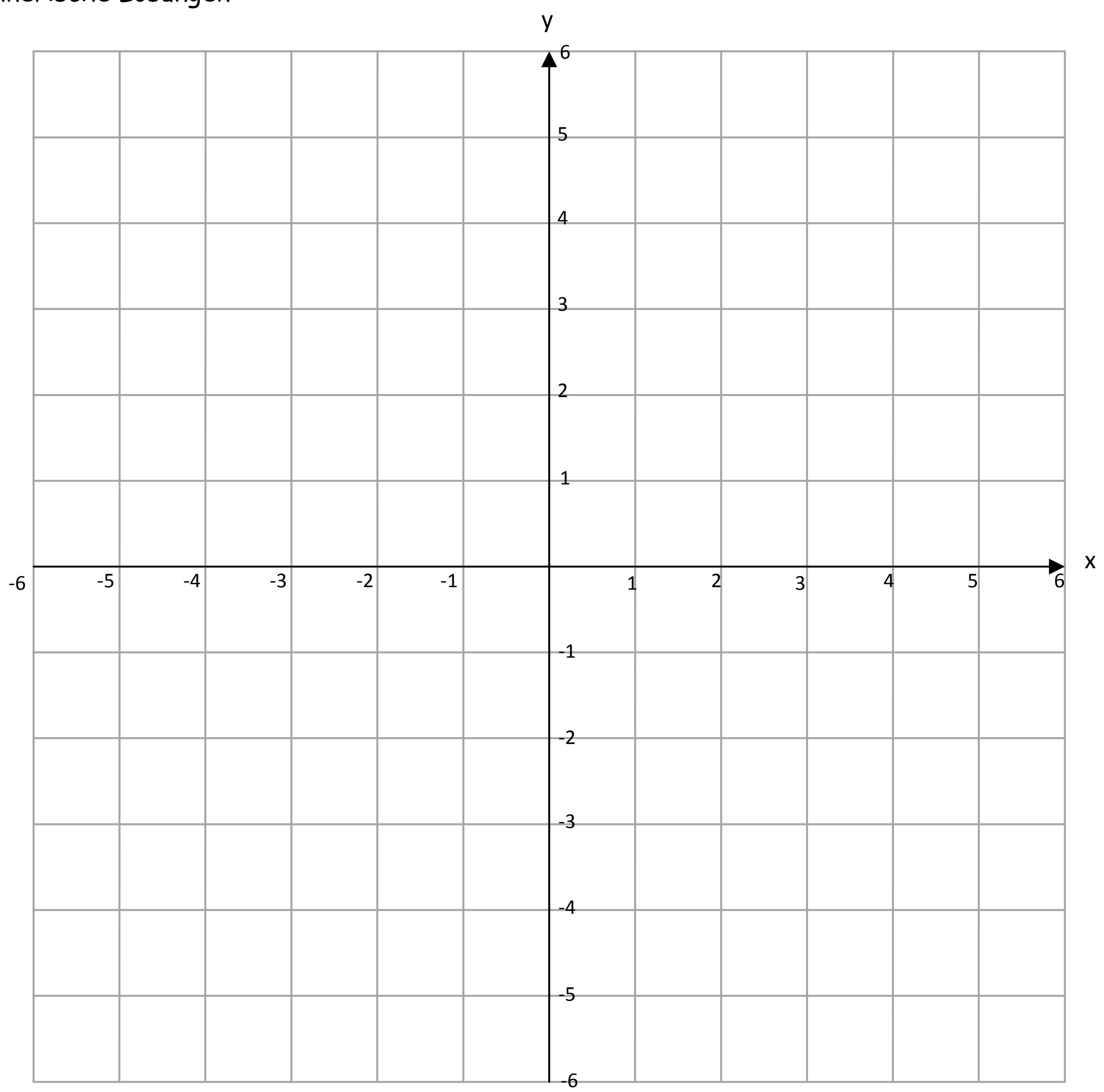
12) Bestimme rechnerisch und zeichnerisch folgende Gradengleichungen

a) P1 (-3/-6) und P2 (2/6)

b) P1 (2/-6) und P2 (-2/3)

rechnerische Lösung:

zeichnerische Lösungen:



Bestimmung der Geradengleichung, wenn 1 Punkt der Ursprungsgeraden bekannt ist:

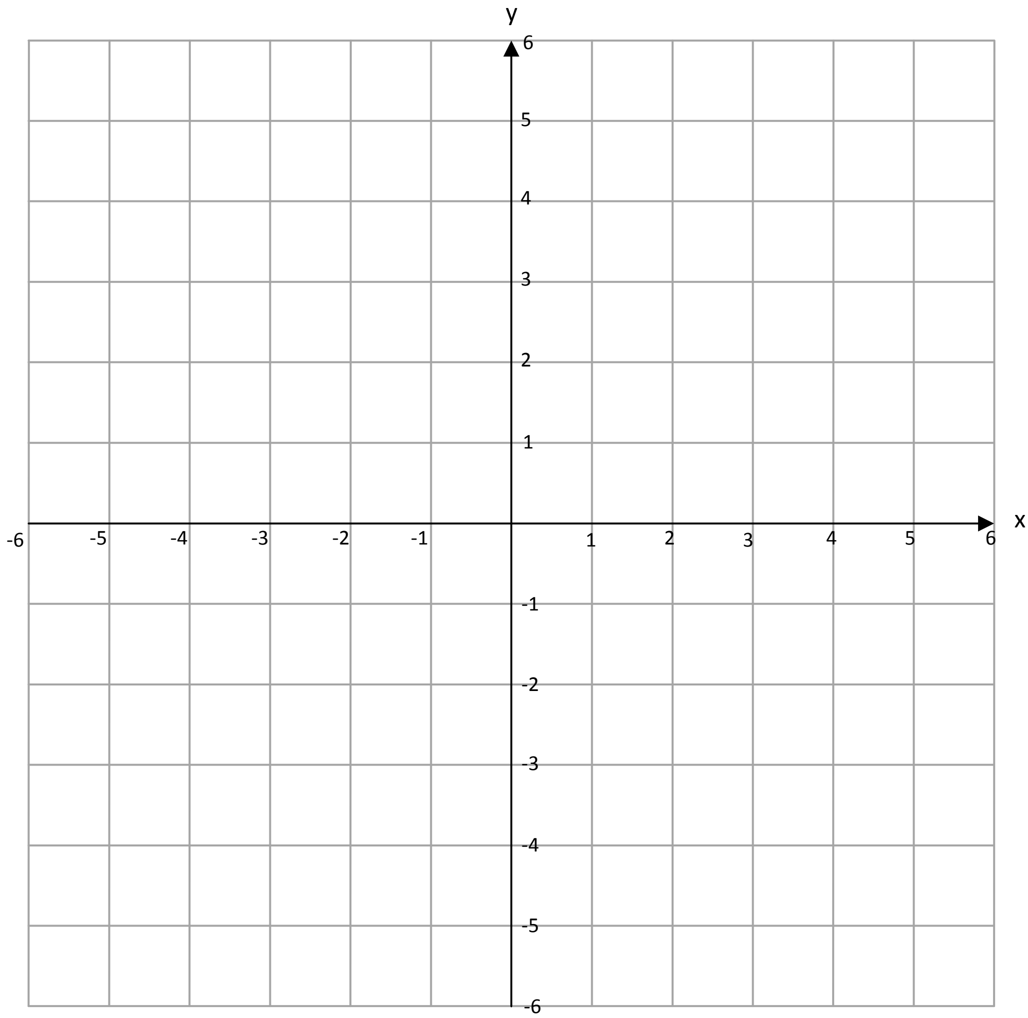
13) Eine Ursprungsgerade geht durch den Punkt P. Ermittle mit der Formel $\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$ die Gradengleichung.

a) P (1/6)

b) P (-1,5/-4)

c) P (-2/5)

Überprüfe den ermittelten Steigungsfaktor zeichnerisch mit Hilfe des Steigungsdreiecks:



robert.hinze@afl.hessen.de

Gleichungen in die allgemeine Form bringen

Viele Gleichungen müssen erst in die allgemeine Form umgeformt werden, damit wir die Steigung und den Schnittpunkt mit der Y-Achse leicht erkennen können.

Beispiel: 2x = -3y -4 die allgemeine Gradengleichung lautet y = mx + b

$2x = -3y - 4$	$\mid +3y$	zuerst die y auf die linke Seite zu stellen, damit sie positiv sind
$3y + 2x = -4$	$\mid -2x$	nun stellen wir die x auf die rechte Seite
$3y = -2x - 4$	$\mid /3$	damit y allein steht, müssen wir beide Seiten durch 3 teilen
$y = \frac{-2x-4}{3}$	|und am Schluss den Bruch in die Elemente mx und b trennen	
$y = -\frac{2}{3}x - \frac{4}{3}$		

Auf einen Blick können wir nun erkennen, dass die Grade eine negative Steigung hat, dass sie flacher ist als die Grade y = -x und dass die Grade die Y-Achse bei $-\frac{4}{3}$ schneidet.

14) Bringe folgende Gleichungen in die Normalform:

6

a) $y - 3 = 2x$

b) $y - 3x + 5 = 2$

c) $4y + 4 = 2x$

d) $\frac{1}{3}y + 6x = 4 - 2x$

e) $\frac{1}{3}x + 6 = -\frac{4}{5}y$

f) $2x + 4 = 2y$

Auswertung **	0 - 16	17 - 20
Erreichte Punkte		
Bearbeite	**	***
Ergänzende Materialien		

robert.hinze@afl.hessen.de

*** Aufgaben: lineare Funktionen ***

15) Welche Punkte gehören zu welcher Gleichung?
Löse die Gleichungen zuerst nach y auf!

6

g_1: 3y = 4x

g_2: 2x +y = 0

g_3: x + y = 4

g_4: 2y= 10 - x

g_5: x = 4y – 8

g_6: x - $\frac{y}{2}$ = -4

a) P(2/4) ; Q(6/2)

b) P(-4/1) ; Q(0/2)

c) P(-2/4) ; Q (1/10)

d) P(0/0) ; Q 6/8)

Parallel laufende Geraden

Graden laufen dann parallel, wenn sie die gleiche Steigung haben.
Die Grade der Gleichung g_1: $y = 2x + 4$ verläuft parallel zu der Graden mit der Gleichung g_2: $y = 2x$
Nur der Schnittpunkt mit der Y Achse ist bei den beiden Graden um 4 Einheiten verschoben

16) Welche der Graden verlaufen parallel?

g_1: $y = \frac{1}{5}x - 3$

g_2: $y = -\frac{x}{5} - 3$

g_3: $y = -\frac{7}{8}x$

g_4: $y = \frac{x}{3} + 3$

g_5: $y = \frac{4}{5}x + 9$

g_6: $y = 0{,}2x - 5$

g_7: $y = 2 + \frac{1}{3}x$

g_8: $y = 4 + 0{,}8x$

g_9: $y = -0{,}875x - 3$

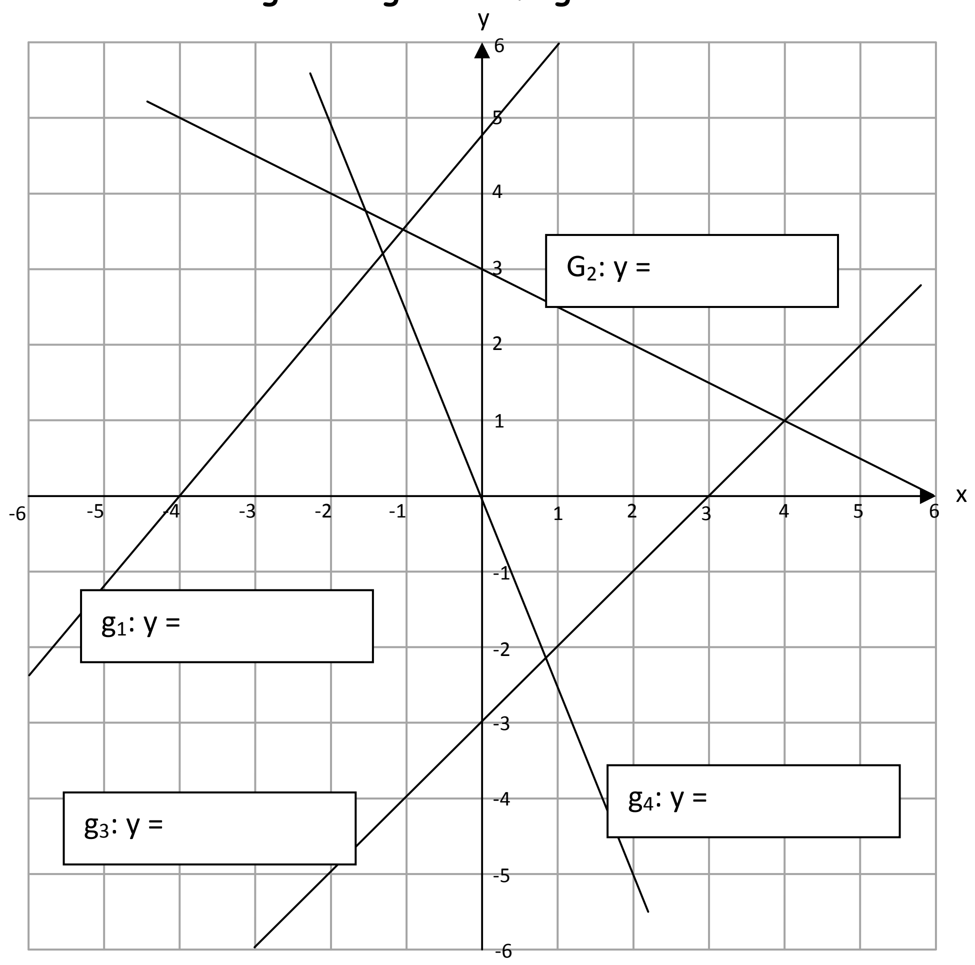
g_{10}: $y = -0{,}2x + 6$

5

Geradengleichungen aus Geraden bestimmen

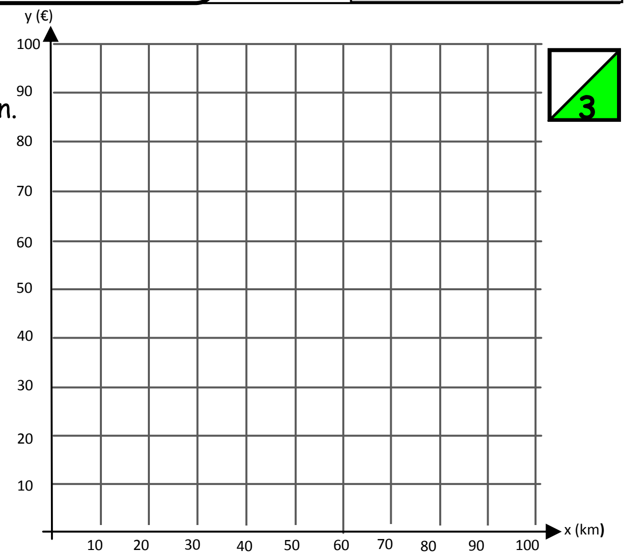
17) Bestimme die Geradengleichungen aus folgenden Graden:

4



robert.hinze@afl.hessen.de

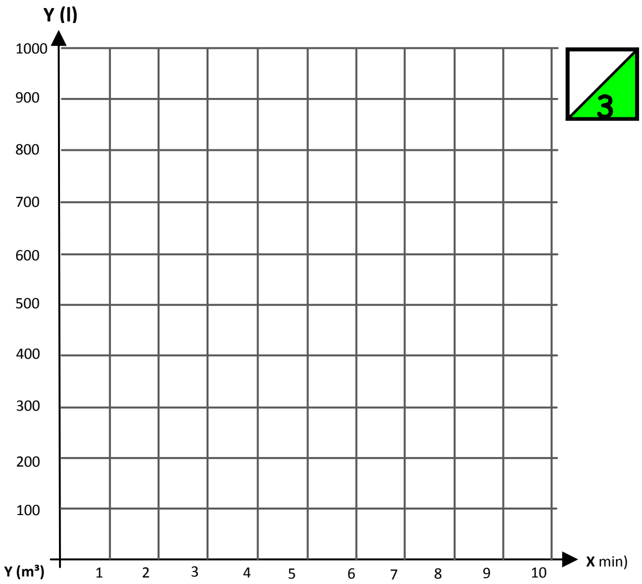
Anwendungsaufgaben



3

18) Herr Müller leiht sich ein Auto aus. Pro Tag muss er 30 € und für jeden gefahrenen Kilometer 30 Cent bezahlen.
a)Stelle eine Funktionsgleichung zu den Kosten in Euro auf und zeichne den Funktionsgraphen.

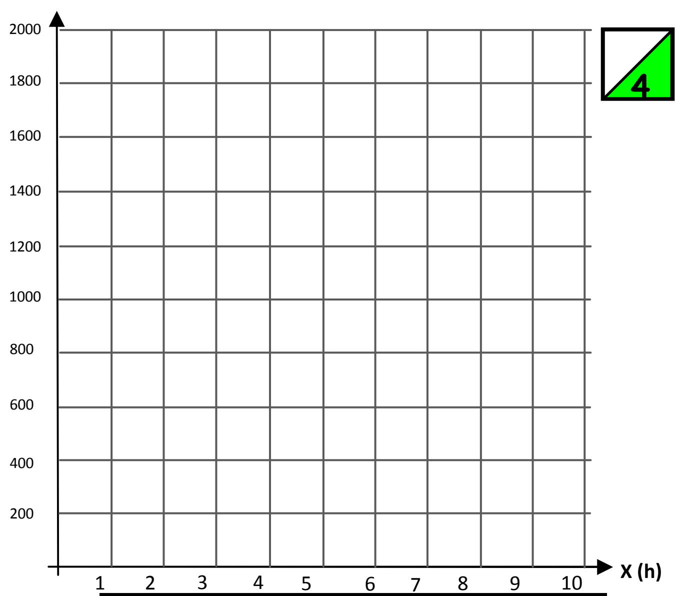
b) Wie viel zahlt er, wenn er 80 km fährt?



3

19) Ein 900 Liter Heiztank, in dem sich noch200 Liter Öl befinden, wird mit 70 Litern/Minute befüllt.
a) Stelle eine Funktionsgleichung zum Füllstand in Litern auf und zeichne den Funktionsgraphen.

b) Wie lange dauert es, den Tank zu befüllen



4

20) Ein Teich wird leer gepumpt. Nach 4 Stunden enthält er noch 1000 m^3, nach weiteren 3 Stunden 400m^3 Wasser.
a) Stelle die Funktionsgleichung auf: Zeit (x) in Stunden und Restmenge (y)in m^3 und zeichne den Funktionsgraphen.

b)Wann ist der Teich leer gepumpt?

c) Wie viel m^3 Wasser waren in dem Teich?

Auswertung ***	0-21	22-25
Erreichte Punkte		
Bearbeite	***	Nix mehr ,)
Ergänzende Materialien		

robert.hinze@afl.hessen.de