

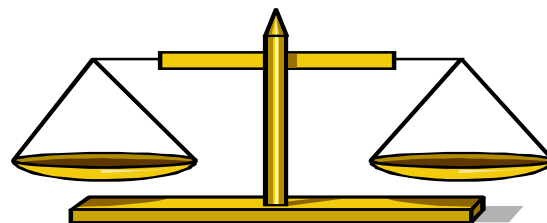
M 1.11 Gleichungen und Formeln umstellen

Das Gleichheitszeichen = wird in der Mathematik nicht nur benutzt, um ein Ergebnis auszudrücken.

Mathematische Ausdrücke mit einem Gleichheitszeichen nennt man auch Gleichung. Eine Gleichung besteht aus zwei Termen, die durch ein Gleichheitszeichen verbunden sind.

$$\begin{aligned} 4 &= 4 \\ 3 + 1 &= 4 \\ 4 &= 3 + 1 \end{aligned}$$

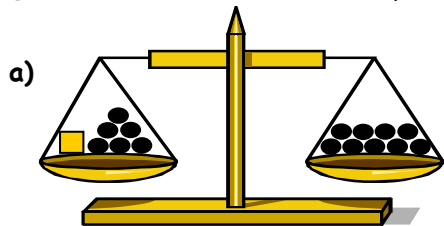
Veranschaulichen kann man eine Gleichung durch das Bild einer Waage. Auf beiden Seiten muss gleich viel liegen, damit die Waage ausgeglichen ist.



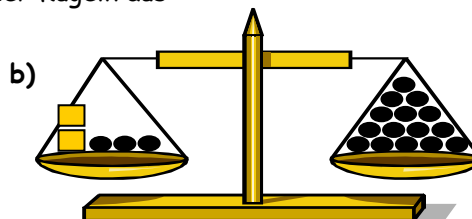
Lösen von Gleichungen

Beispiel 1 :

Drücke das Gewicht eines Würfels durch das Gewicht der Kugeln aus



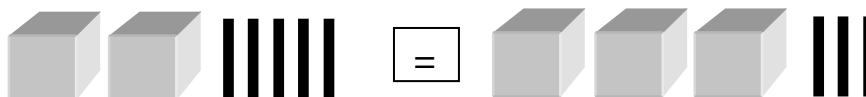
$$\begin{aligned} 1 W + 6 K &= 9 K \\ \text{wenn wir auf beiden Seiten 6 Kugeln weg} \\ \text{nehmen, ist die Waage noch im Gleichgewicht.} \\ 1 W + 6 K - 6 K &= 9 K - 6 K \\ 1 W &= 3 K \\ \text{Ein Würfel hat das Gewicht von 3 Kugeln} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 2 W + 3 K &= 15 K \\ 2 W + 3 K - 3 K &= 15 K - 3 K \\ 2 W &= 12 K \\ 2 W : 2 &= 12 K : 2 \\ 1 W &= 6 K \\ \text{Ein Würfel hat das Gewicht von 6 Kugeln} \end{aligned}$$

Beispiel 2

Auf beiden Seiten sollen gleich viele Streichhölzer liegen. Wie viele Streichhölzer müssen in jedem Kasten liegen, damit dies eine Gleichung ist? Dabei muss in jedem Kasten die gleiche Menge an Stäben liegen



Lösung:

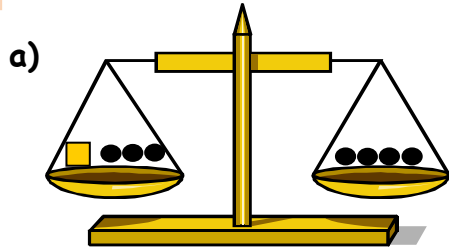
$$\begin{array}{r} 2 K + 5 S = 3 K + 3 S \\ -3 S \quad 2 K + 5 S - 3 S = 3 K + 3 S - 3 S \quad -3 S \\ \quad \quad 2 K + 2 S = 3 K \\ -2 K \quad 2 K - 2 K + 2 S = 3 K - 2 K \quad -2 K \\ \quad \quad \quad 2 S = 1 K \end{array}$$



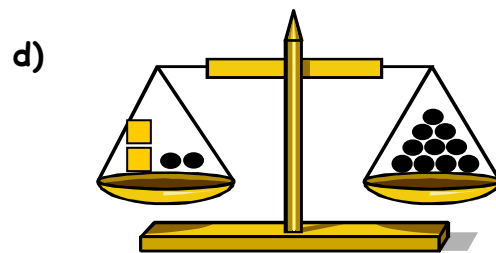
Aufgaben Gleichungen



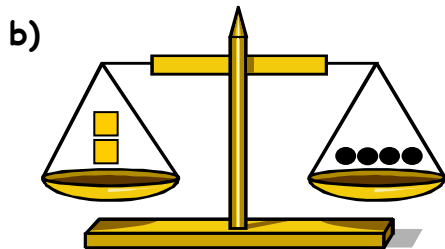
* 1) Wie viele Kugeln hat ein Würfel



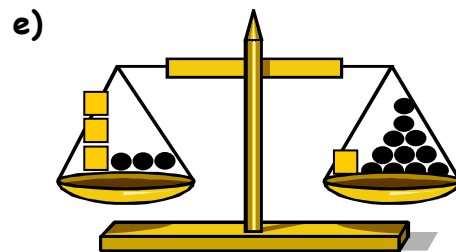
Ein Würfel hat Kugeln



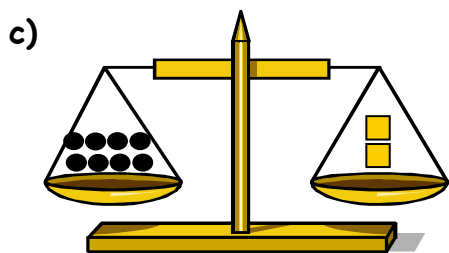
Ein Würfel hat Kugeln



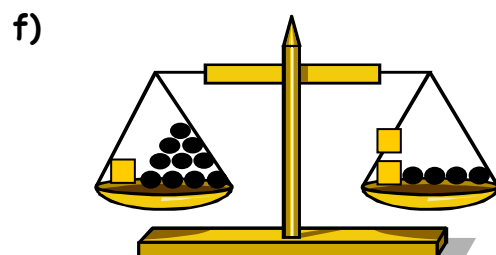
Ein Würfel hat Kugeln



Ein Würfel hat Kugeln



Ein Würfel hat Kugeln



Ein Würfel hat Kugeln







2) Streichholzgleichungen.

Auf beiden Seiten sollen gleich viele Streichhölzer liegen. Wie viele Streichhölzer müssen in jede Streichholzschachtel hineingelegt werden, damit die Gleichung aufgeht? In jedem Kasten muss die gleiche Menge an Streichhölzern liegen.



Material: Streichholzschachtel und Streichhölzer



a)  = 

c)  = 

Lösung:

$$\begin{array}{rcl} X + 4 & = & 7 \\ X & = & 3 \end{array}$$

b)  = 


d)  = 



3) Welche Anordnung gehört zu welcher Gleichung?

a)  = 

1) $2x + 1 + x = 5 + x + 2$

b)  = 

2) $1 + 2x + 3 = 3 + x + 3$

c)  = 

3) $x + 5 = 7$

d)  = 

4) $2x + 5 = 3x + 3$

e)  = 

5) $2x + 5 = x + 7$



Schreibe in die leeren Kästchen den passenden Buchstaben!

Auswertung*	0-11	12-14
Erreichte Punkte		
Bearbeite	*	**
Ergänzende Materialien		



**

Aufgaben Gleichungen

**

Merke: Um eine Gleichung zu lösen, muss man sie so umformen, dass die Variable auf einer Seite alleine steht. Für die Umformungen stehen die im Kasten unten dargestellten 4 Rechenoperationen zur Verfügung. Damit beide Seiten der Gleichung in der Waage bleiben ist es wichtig, dass die Umformung immer auf beiden Seiten der Gleichung vorgenommen wird. Dafür nimmt man die jeweilige Umkehroperation (für Plus nimmt man Minus, für Mal nimmt man Geteilt usw.).

Addition	Subtraktion	Multiplikation	Division
$x - 5 = 4$ addiere 5 $x - 5 + 5 = 4 + 5$ $x = 9$	$x + 5 = 9$ subtrahiere 5 $x + 5 - 5 = 9 - 5$ $x = 4$	$\frac{x}{4} = 3$ Multipliziere mit 4 $\frac{x \cdot 4}{4} = 3 \cdot 4$ $x = 12$	$x \cdot 5 = 15$ dividiere durch 5 $\frac{x \cdot 5}{5} = \frac{15}{5}$ $x = 3$

4) Löse die Gleichungen!

a) $x + 5 = 9$

d) $2x + 2 = 12$



b) $x - 2 = 6$

e) $x \cdot 3 = 18$

c) $4 = x + 2$

5) Die zweite Gleichung soll zur ersten gleichwertig (äquivalent) sein

Beispiel:

$$\begin{array}{l} x = 5 \\ x - 3 = \boxed{2} \end{array}$$

b) $\begin{array}{l} x = 6 \\ 2x = \boxed{} \end{array}$

a) $\begin{array}{l} x = 3 \\ x + 7 = \boxed{} \end{array}$

c) $\begin{array}{l} x = 4 \\ \frac{x}{2} = \boxed{} \end{array}$

6) Löse die Gleichungen!

a) $4x + 6 = 22$

d) $\frac{6}{x} = 3$

b) $5x - 5 = 19 - x$

e) $\frac{18}{x} - 2 = 7$

c) $31 - 3x = 6 - 2$





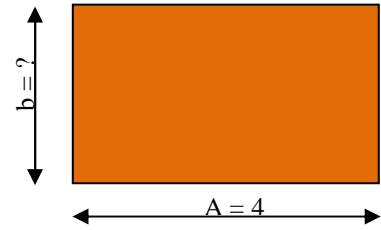
Beispiel 3

Gegeben ist ein Rechteck. Von diesem ist nur eine Seitenlänge ($a = 4 \text{ cm}$) und der Umfang ($U = 12 \text{ cm}$) bekannt.

Es soll die fehlende Seitenlänge b ausgerechnet werden!

Die Formel für den Umfang heißt: $U = 2a + 2b$

Wenn ich also nun b ausrechnen möchte, muss ich die Formel so umstellen, dass b auf einer Seite alleine steht.



$$U = 2a + 2b$$

$| - 2a$ Auf der rechten Seite stören uns die $2a$. Wenn wir nun $2a$ auf beide Seiten abziehen, bleibt die Gleichung eine Gleichung und auf der rechten Seite verschwinden die $2a$.

$$U - 2a = 2a - 2a + 2b$$

$$U - 2a = 2b$$

$| : 2$ jetzt stört uns nur noch die 2 vor dem b . Wenn wir nun beide Seiten der Gleichung durch 2 teilen, steht b rechts alleine.

$$\frac{U - 2a}{2} = \frac{2b}{2}$$

Auf der rechten Seite können wir die 2 im Zähler mit der 2 im

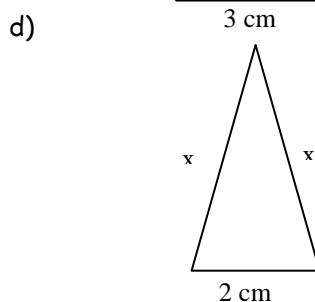
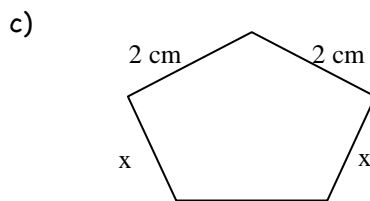
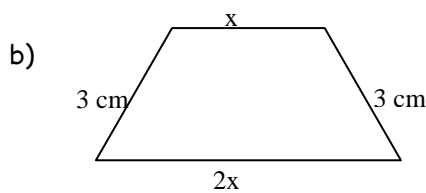
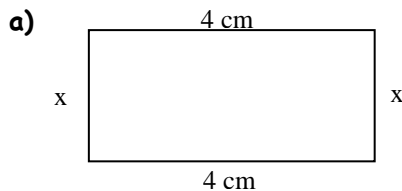
$$\frac{U - 2a}{2} = b$$

Nenner verkürzen und es bleibt:

Nachdem die Formel nach b umgestellt wurde, können die bekannten Werte für U und a eingesetzt werden.

$$b = \frac{12\text{cm} - (2 \cdot 4\text{cm})}{2} = \frac{12\text{cm} - 8\text{cm}}{2} = \frac{4\text{cm}}{2} = 2\text{cm}$$

7) Berechnen die fehlenden Seitenlängen. Der Umfang beträgt bei allen Figuren 12 cm



Auswertung **	0-17	18-21
Erreichte Punkte		
Bearbeite	**	***
Ergänzende Materialien		



Aufgaben Gleichungen

Fahrplan zur Lösung von Gleichungen

Beispiel

1) $14(2x - 3) - 2x = 18 - 8$

$$28x - 42 - 2x = 18 - 8$$

2) $26x - 42 = 10$

3) $26x = 52$

4) $x = 2$

1) Klammern auflösen und Vorzeichen dabei beachten



2) auf jeder Seite zusammenfassen



3) x- Glieder und Glieder ohne x ordnen



4) umformen, bis x alleine steht

8) Löse die Gleichungen!

a) $27x - 21 = 27 + 3x$

d) $\frac{(2x-3) \cdot 3}{7} = 3$

b) $3x + 3 + x = 27$

e) $\frac{x+16}{3} = 40$

c) $2x + 5 = 5x - 4$

f) $\frac{15a^2b^2}{2x} = 10 \text{ ab}$



Gleichungen mit Potenzen und Wurzeln

Für Gleichungen mit Potenzen und Wurzeln stehen 2 zusätzliche Umkehroperationen zur Verfügung

<p>Potenzieren</p> $\sqrt{x} = 5$ <p>Potenzieren mit ()²</p> $(\sqrt{x})^2 = 5^2$ $x = 25$	<p>Radizieren</p> $x^2 = 3^2 + 4^2$ <p>Radizieren mit $\sqrt[3]{\quad}$</p> $\sqrt[3]{x^2} = \sqrt[3]{3^2 + 4^2}$ $\sqrt[3]{x^2} = \sqrt[3]{9 + 16}$ $\sqrt[3]{x^2} = \sqrt[3]{25}$ $x = 5 \text{ oder } -5$
--	---

9) Löse die Gleichungen

a) $x^2 = 6^2 + 8^2$

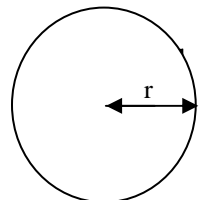
e) Das Kantengerüst eines Quaders ist insgesamt 100 cm lang. Die Höhe ist 1 cm kürzer als die Breite. Die Länge ist 6 cm länger als die Höhe. Welche Maße hat der Quader?

b) $\sqrt[3]{25-x} = \sqrt[3]{7+x}$

f) Der Umfang des Kreises beträgt 9,42 cm.

Wie groß ist der Radius?

Stelle die Formel $U = 2\pi r$ nach r um.



c) $12^2 = x^2 - 16^2$

d) $36 = 2\sqrt{x} + 12$

Auswertung ***	0-9	10-12
Erreichte Punkte		
Bearbeite	***	Nix mehr ,)
Ergänzende Materialien		



berufsbezogene Aufgaben Metallberufe

Beispiel 1

Ein Gabelschlüssel, $r = 200 \text{ mm}$ wird mit einer Kraft F bewegt, wobei das Drehmoment 12 NM betragen soll. Wie groß ist die Kraft F ?

Gegeben: $r = 200 \text{ mm}$ $M = 12 \text{ NM}$ **Gesucht:** F **Formel:** Drehmoment = Kraft mal Radius $M = F \cdot r$
Die Formel wird so umgestellt, dass F alleine steht.

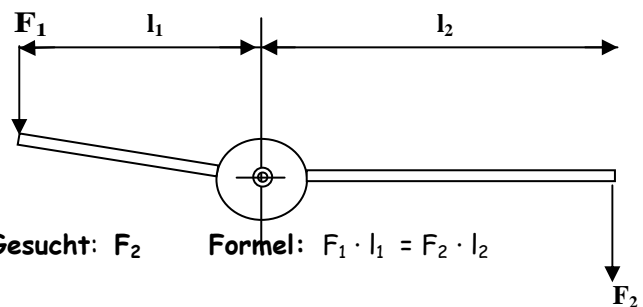
$$M = F \cdot r \rightarrow \frac{M}{r} = \frac{F \cdot r}{r}$$

Lösung: beide Seiten durch r dividieren, dann recht die r kürzen, damit F rechts alleine steht.

$$F = \frac{M}{r} = \frac{12 \text{ Nm}}{0.2 \text{ m}} = 60 \text{ N}$$

Beispiel 2:

Am Kipphebel wirkt die Kraft $F_1 = 1435 \text{ N}$.
Wie groß ist die Kraft F_2 ?



Gegeben: $F_1 = 1435 \text{ N}$, $l_1 = 185 \text{ mm}$, $l_2 = 1295 \text{ mm}$ **Gesucht:** F_2 **Formel:** $F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2$

Lösung:

$$\frac{F_1 \cdot l_1}{l_2} = \frac{F_2 \cdot l_2}{l_2}$$

F_2 freistellen, in dem ich beide Seiten durch l_2 teile

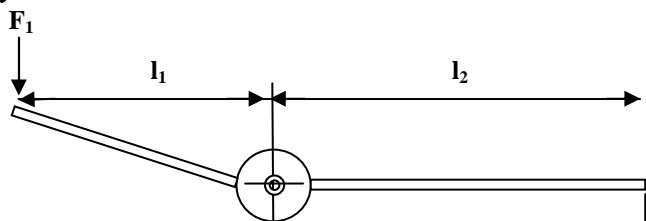
$$\frac{F_1 \cdot l_1}{l_2} = F_2$$

$$\frac{1435 \text{ N} \cdot 185 \text{ mm}}{1295 \text{ mm}} = F_2$$

$$F_2 = 205 \text{ N}$$

Aufgaben

1) Hebel



Am Kipphebel wirkt die Kraft $F_2 = 1435 \text{ N}$.
Wie groß ist die Kraft F_1 ?

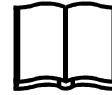
Gegeben: $F_2 = 1300 \text{ N}$, $l_1 = 200 \text{ mm}$, $l_2 = 400 \text{ mm}$

Gesucht: F_1

2) Durchmesserberechnung

Ein Zylinder hat einen Umfang von 9 cm .
Berechne den Durchmesser

$$\begin{aligned} \text{Umfang} &= \text{Durchmesser mal } \pi \\ U &= d \cdot \pi \end{aligned}$$

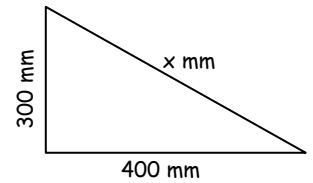


3) Berechnung einer Gefäßhöhe

Ein Gefäß hat ein Volumen von 2 dm^3 . Die Grundfläche beträgt 10 cm mal 5 cm . Wie hoch ist das Gefäß?

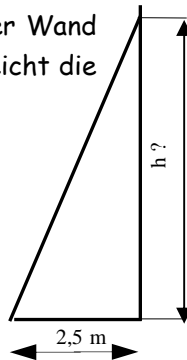
5) Berechne eine Stützstrebe!

Pythagoras: $a^2 + b^2 = c^2$



4) Anstellhöhe einer Leiter

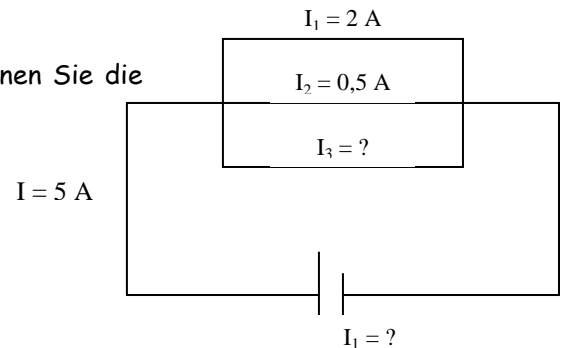
Eine 10 m lange Leiter kann $2,5 \text{ m}$ von der Wand entfernt angestellt werden. Wie hoch reicht die Leiter



berufsbezogene Aufgaben Elektroniker

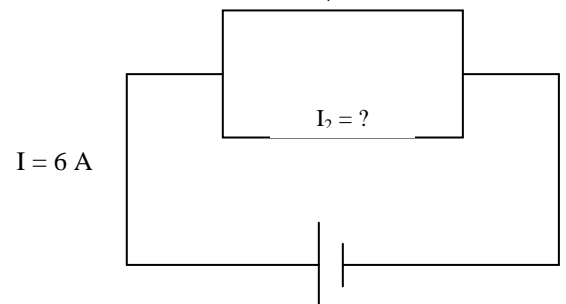
1) Stromstärkeberechnung

Die Abbildung zeigt einen verzweigten Stromkreis. Berechnen Sie die Stromstärke I_3 .



2) Stromstärkeberechnung

Die Abbildung zeigt einen verzweigten Stromkreis. Die Stromstärke I_1 soll doppelt so groß sein wie I_2 . Berechnen Sie die Stromstärken I_1 und I_2 .



3) Widerstandsberechnung

Welchen Innenwiderstand besitzt eine Lampe mit der Aufschrift „ $3\text{V}/500\text{mA}$ “?
zur Erinnerung: $1000 \text{ mA} = 1 \text{ A}$



berufsbezogene Aufgaben KFZ Mechatroniker

Beispiel 1:

Wie viel Zeit braucht man, wenn man 500 Kilometer mit 125 km/h Durchschnittsgeschwindigkeit fährt?

gegebene Formel: Geschwindigkeit = Strecke/Zeit $v = \frac{s}{t}$. Die Einheit hierfür ist $\frac{km}{h}$ oder $\frac{m}{s}$

gegeben sind: $v = 125 \text{ km/h}$ und $s = 500 \text{ km}$ **gesucht ist:** t (Zeit)

Zuerst muss man die Formel so umstellen, dass die gesuchte Größe ($t = \text{Zeit}$) alleine auf einer Seite der Gleichung steht. Dies erfolgt in 2 Schritten mit der Multiplikation von t und der Division von v .

$$v = \frac{s}{t}$$

1 Schritt: beide Seiten mit t multiplizieren, damit t auch über dem Bruchstrich

steht und auf der rechten Seite aus dem Nenner weggekürzt werden kann

$$v \cdot t = \frac{s \cdot \cancel{t}}{\cancel{t}}$$

auf der rechten Seite können jetzt die t weggekürzt werden, dann bleibt

$$v \cdot t = s$$

2. Schritt: beide Seiten durch v dividieren, damit t links alleine stehen kann

$$\frac{\cancel{v} \cdot t}{\cancel{v}} = \frac{s}{v}$$

auf der linken Seite können jetzt die v weggekürzt werden, dann bleibt

$$t = \frac{s}{v} = \frac{500 \cancel{km}}{125 \cancel{km/h}} = 4 \text{ h} = 4 \text{ Stunden}$$

Beispiel 2

In ein rechteckiges Gefäß sollen $1,2 \text{ m}^3$ Wasser eingefüllt werden. die Grundfläche des Gefäßes beträgt $1,0 \text{ m}$ mal $0,6 \text{ m}$. Wie hoch muss das Gefäß sein, damit $1,2 \text{ m}^3$ hineinpassen?

gegebene Formel: Volumen = Länge mal Breite mal Höhe $V = l \cdot b \cdot h$

gesucht: Höhe

Die Formel wird so umgestellt, dass h alleine steht.

$$V = l \cdot b \cdot h \rightarrow \frac{V}{l \cdot b} = \frac{\cancel{l} \cdot \cancel{b} \cdot h}{\cancel{l} \cdot \cancel{b}} \quad 1. \text{ Schritt: beide Seiten durch } l \cdot b \text{ dividieren, dann auf rechter Seite kürzen}$$

$$\frac{V}{l \cdot b} = h \rightarrow h = \frac{1,2 \text{ m}^3}{1 \text{ m} \cdot 0,6 \text{ m}} = 2 \text{ m}$$

Beispiel 3

Ein Gabelschlüssel, $r = 200 \text{ mm}$ wird mit einer Kraft F bewegt, wobei das Drehmoment 12 NM betragen soll. Wie groß ist die Kraft F ?

gegebene Formel: Drehmoment = Kraft mal Radius $M = F \cdot r$

gesucht: F

Die Formel wird so umgestellt, dass F alleine steht.

$$M = F \cdot r \rightarrow \frac{M}{r} = \frac{F \cdot \cancel{r}}{\cancel{r}} \quad 1. \text{ Schritt: beide Seiten durch } r \text{ dividieren, dann recht die } r \text{ kürzen}$$

$$F = \frac{M}{r} = \frac{12 \cancel{Nm}}{0,2 \cancel{m}} = 60 \text{ N}$$



Aufgaben

1) Heckscheibe

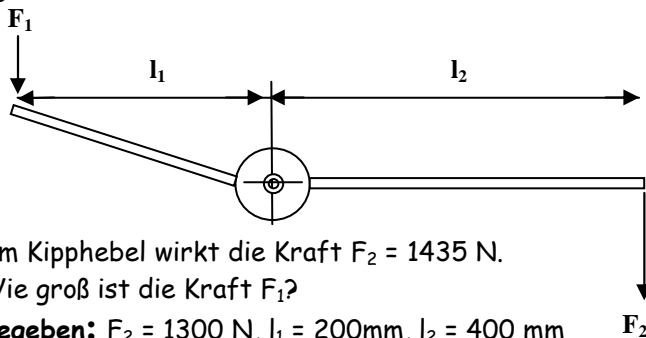
Bei einer kalten Heckscheibenheizung wird ein Widerstand von 2Ω gemessen. Die Spannung beträgt 12 V .

Die Formel für die Spannung lautet:

$$U = R \cdot I$$

Stelle die Formel um und berechne die Stromstärke in der Heizung!

2) Hebel



Am Kipphebel wirkt die Kraft $F_2 = 1435 \text{ N}$.
Wie groß ist die Kraft F_1 ?

Gegeben: $F_2 = 1300 \text{ N}$, $l_1 = 200 \text{ mm}$, $l_2 = 400 \text{ mm}$

Gesucht: F_1

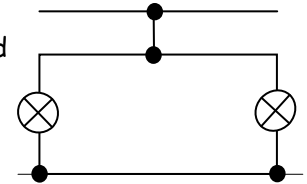
3) Berechnung einer Gefäßhöhe

Ein rundes Gefäß hat ein Volumen von $392,7 \text{ cm}^3$.
Der Durchmesser beträgt 50 mm . Wie hoch ist das Gefäß?

4) Armaturenbeleuchtung

In einer Armaturenbeleuchtung sind 2 Glühlampen (2 W) parallel geschaltet. Der Widerstand bei jeder Lampe beträgt 60Ω

Die Spannung beträgt 12 V .



Stelle die Formel $U = R \cdot I$ um und berechne:

a) Wie groß ist der Teilstrom bei jeder Lampe?
Gesucht ist I_1 und I_2

$I_1 =$

b) Wie groß ist der Gesamtstrom?

c) Wie groß ist der Gesamtwiderstand der beiden Lampen?

5) Zylinderberechnung

Der Hubraum eines Zylinders beträgt 496 cm^3 , der Kolbenhub beträgt 82 mm .
Berechne die Zylinderbohrung.