



M 1.10 Wurzeln und Potenzen

Gib in deinen Taschenrechner folgendes ein: 4250 mal 1.000.000.000. Was ist das für ein Ergebnis?

Wer kennt sie nicht, die kleinen Zahlen, die etwas höhergestellt von vielen Taschenrechnern angezeigt werden. Doch was bedeuten sie?

Mathematiker sind grundsätzlich

bequeme Menschen und lieben es, Dinge kurz darzustellen.



4.25^{12} stellt die Zahl 4.250.000.000.000 (Vier Billionen Zweihundertfünfzig Milliarden) dar.

1.23^{-07} stellt die Zahl 0,000000123 (Ein Zehn Millionstel.....) dar

Warum ist das so? Welche mathematische Bedeutung haben die Hochzahlen?

Lösung: Die höher gestellten Zahlen sind eine verkürzte Schreibweise, um übersichtlich auch sehr große oder sehr kleine Zahlen darstellen zu können, für die im Display des Taschenrechners kein Platz mehr wäre. Sie stehen für Potenzen der Zahl 10 und heißen Potenzzahlen.

Im Beispiel oben bedeutet $4.25^{12} = 4,25 \cdot 10^{12} = 4,25 \cdot 1.000.000.000.000$

Was ist eine Potenzzahl?

Eine Potenzzahl (n) gibt an, wie oft eine beliebige Zahl (a) mit sich selber multipliziert wird.

Begriffe:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ Faktoren}}$$

Exponent (Potenzzahl)

Basis

2^1 bedeutet, dass die 2 einmal mit sich multipliziert wird. $1 \cdot 2 = 2$

2^2 bedeutet, dass die 2 zweimal mit sich multipliziert wird. $2 \cdot 2 = 4$

2^3 bedeutet, dass die 2 dreimal mit sich multipliziert wird. $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$

$m^2 = m \cdot m = \text{Fläche}$

$m^3 = m \cdot m \cdot m = \text{Rauminhalt}$

10 er Potenzen

Zehnerpotenzen haben eine besondere Bedeutung, wie im Beispiel oben dargestellt wurde.

Mit ihnen lassen sich große und kleine Zahlen sehr übersichtlich darstellen.

$10^1 = 1 \cdot 10 = 10$

$10^2 = 10 \cdot 10 = 100$

$10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1.000$

$10^4 = 10.000$

$10^5 = 100.000$

$10^6 = 1.000.000$

$10^9 = 1.000.000.000$

$10^{12} = 1.000.000.000.000$

$10^{-1} = \frac{1}{10^1} = 0,1$

$10^{-2} = \frac{1}{10^2} = 0,01$

$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = 0,001$

Die negative Hochzahl gibt an, um wie viele Stellen das Komma verschoben wird.



Wurzeln

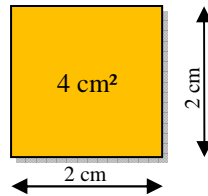
Kommen nicht nur bei Pflanzen, sondern auch in der Mathematik vor.

Am bekanntesten und auch am wichtigsten ist die Quadratwurzel, in der das Wort Quadrat steckt. Ein Quadrat kennen wir aus der Geometrie. Es ist ein Rechteck mit 4 gleichlangen Seiten.



Die Fläche dieses Quadrats ist:

$$A = 2 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} = 4 \text{ cm}^2$$



Wenn wir nur die Fläche (4 cm^2) kennen würden, könnten wir dennoch die Seitenlänge berechnen. Wir müssten nur die Zahl suchen, die mit sich selbst multipliziert 4 ergibt.

Lösung: es ist die Zahl 2.

Diesen Lösungsweg nennt man mathematisch „die Wurzel ziehen“ (radizieren).

Als mathematisches Symbol wird das Wurzelzeichen $\sqrt{\quad}$ gebraucht

Was ist eine Quadratwurzel?

Die Quadratwurzel aus einer positiven Zahl b ist die Zahl, die mit sich selbst multipliziert b ergibt

$$\sqrt{9} = 3, \text{ denn } 3 \cdot 3 = 9$$

Die Zahl 3 ist die Quadratwurzel von 9

Die Zahl unter der Wurzel heißt Radikand.

Quadratwurzel aus negativen Zahlen gibt es nicht, da eine negative Zahl, einmal mit sich selbst multipliziert, immer positiv wird.

Außer den Quadratwurzeln gibt es noch weitere Wurzeln, die hier aber nicht behandelt werden.

Quadratzahlen

Quadratzahlen sind die Zahlen, die durch Multiplikation von **ganzen** Zahl mit sich selbst entstehen entstanden sind.

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100

Die Quadratwurzel aus diesen Zahlen ergibt wieder eine ganze Zahl.

Wurzeln und Potenzen

Das Quadratwurzelziehen und das Quadrieren (eine Zahl mit sich selbst 2-mal malnehmen) heben sich gegenseitig auf.

$$\sqrt{9^2} = \sqrt{81} = 9 \quad \text{es gilt} \quad \sqrt{a^2} = a \quad \text{oder} \quad (\sqrt{a})^2 = a$$



*

Aufgaben Wurzeln und Potenzen

*



* 1) Rechne im Kopf!

a) $3^2 =$ _____

d) $10^2 =$ _____

g) $-3^3 =$ _____

b) $5^2 =$ _____

e) $2^3 =$ _____

h) $-10^3 =$ _____

c) $7^2 =$ _____

f) $2^5 =$ _____

i) $10^6 =$ _____



* 2) Rechne im Kopf!

a) $3^{-2} =$ _____

d) $10^{-3} =$ _____

g) $3^{-4} =$ _____

b) $5^{-2} =$ _____

e) $2^{-4} =$ _____

h) $10^{-5} =$ _____

c) $7^{-2} =$ _____

f) $2^{-6} =$ _____

i) $10^{-7} =$ _____



* 3) Schreibe als Potenz!

a) $4 =$ _____

d) $8 =$ _____

g) $225 =$ _____

b) $9 =$ _____

e) $49 =$ _____

h) $0,04 =$ _____

c) $27 =$ _____

f) $0,01 =$ _____

i) $0,0001 =$ _____



* 4) Was muss eingesetzt werden?

a) $4 = 16$

d) _____² = 100

g) $-2 = -32$

b) $9 = 81$

e) _____ = 125

h) $0,1 = 0,01$

c) _____³ = 27

f) $10 = 1000$

i) _____ = 0,125



* 5) Ziehe im Kopf die Quadratwurzel!

a) $\sqrt{25} =$ _____

e) $\sqrt{225} =$ _____

h) $\sqrt{1,44} =$ _____

b) $\sqrt{49} =$ _____

f) $\sqrt{0,01} =$ _____

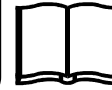
i) $\sqrt{\frac{1}{4}} =$ _____

c) $\sqrt{10000} =$ _____

g) $\sqrt{0,25} =$ _____

d) $\sqrt{144} =$ _____

	0 - 36	37 - 45
Erreichte Punkte		
Bearbeitete	*	**
Ergänzende Materialien		



Aufgaben Wurzeln und Potenzen



6) Schreibe als Zehnerpotenz!



- a) 100 = _____ d) 10 Mrd. = _____ g) 0,001 = _____
 b) 10.000 = _____ e) 10 Billionen = _____ h) 1 Tausendstel = _____
 c) 1 Mio. = _____ f) 0,1 = _____ i) 0,0000001 = _____

Die Entfernung der Erde zur Sonne beträgt ca. 149.500.000.km

Mit Zehnerpotenz geschrieben: $149.500.000.km = 1,495 \cdot 100.000.000 = 1,495 \cdot 10^8$

Ein rotes Blutkörperchen hat einen Durchmesser von ca. 0,0000072 m

Mit Zehnerpotenz geschrieben: $0,0000072 m = 7,2 \cdot 1.000.000 = 7,2 \cdot 10^{-6} m$

7) Schreibe mit Zehnerpotenz!



- a) 1200 = _____ f) 0,02 = _____
 b) 375.000 = _____ g) 0,000005 = _____
 c) 14.000.000.000 = _____ h) 0,0000231 = _____
 d) 123.000.000.000 = _____ i) 0,00000078 = _____
 e) 12.000.000.000.000 = _____ j) 0,000000000239 = _____

8) Rechne mit dem Taschenrechner und schreibe das Ergebnis ohne Zehnerpotenz!



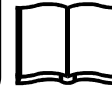
- a) $15.000 \cdot 600.000 =$ _____ d) $2,5 \cdot 0,00000001 =$ _____
 b) $27.800 \cdot 4.000.000 =$ _____ e) $0,55 \cdot 0,000006 =$ _____
 c) $98 \cdot 6.000.000.000 =$ _____ f) $1.200 : 6.000.000 =$ _____

9) Ergänze die fehlende Zahl!



- a) $\sqrt{\quad} = 5$ e) $\sqrt{\quad} = 0,7$
 b) $\sqrt{\quad} = 9$ f) $\sqrt{\quad} = 1,2$
 c) $\sqrt{\quad} = 0,2$ g) $\sqrt{\quad} = 25$
 d) $\sqrt{\quad} = \frac{3}{4}$ h) $\sqrt{\quad} = 1000$

Auswertung**	0 - 24	25 - 33
Erreichte Punkte		
Bearbeitete	**	***
Ergänzende Materialien		



Aufgaben Wurzeln und Potenzen



Eingabe von Potenzen im Taschenrechner

Übe die Eingabe von Potenzen mit deinem Taschenrechner! (Beispiele bezieht sich auf Casio fx-825X)

$$2^2 = \boxed{2} \boxed{x^2} = 4$$

$$15^2 = \boxed{1} \boxed{5} \boxed{x^2} = 225$$

$$2^5 = \boxed{2} \boxed{x^y} \boxed{5} \boxed{=} = 32$$

$$15^5 = \boxed{1} \boxed{5} \boxed{x^y} \boxed{5} \boxed{=} = 759.375$$

$$2,5^2 = \boxed{2} \boxed{\cdot} \boxed{5} \boxed{x^2} = 6,25$$

$$2,5^5 = \boxed{2} \boxed{\cdot} \boxed{5} \boxed{x^y} \boxed{5} \boxed{=} = 97,65625$$

$$2^{-5} = \boxed{2} \boxed{x^y} \boxed{5} \boxed{+/-} \boxed{=} = 0,03125$$

$$0,5^{-2} = \boxed{0} \boxed{\cdot} \boxed{5} \boxed{x^y} \boxed{2} \boxed{+/-} \boxed{=} = 4$$

10) Weizenkörner



Eine Legende berichtet: Der indische König Shihram forderte den Erfinder des Schachspiels Sissa, auf, sich eine Belohnung auszuwählen.

Dieser erbat sich die Anzahl der Weizenkörner, die auf ein Schachbrett kämen, wenn man auf das erste Feld eines legte, auf das zweite Feld 2, auf das dritte 4, dann 8, 16, 32 usw. bis zum 64. Feld. Der König freute sich über diesen bescheidenen Wunsch. Hatte er damit Recht gehabt?

a) Wie viele Körner würden allein auf dem letzten Feld liegen?

b) Wie viele Tonnen Weizen würden die Körner des letzten Feldes ergeben, wenn 20 000 Körner 1 kg wiegen?

c) Die Weltgetreideernte soll 2004 624 Mio. Tonnen betragen haben. In welchem Verhältnis steht diese Menge zu den Körnern auf dem letzten Schachbrett?

11) Vorfahren



Jeder Mensch hat 2 Eltern, 4 Großeltern, 8 Urgroßeltern usw.

a) Wie viele Vorfahren hattest du ungefähr im Jahr 1711 (etwa 12 Generationen)

b) Mit wie vielen Menschen bist du heute verwandt, wenn du davon ausgehst, dass jeder dieser Vorfahren und deren Nachfahren im Durchschnitt 1 Kind zeugten, welche wiederum zeugungsfähige Kinder hervorbrachten?

c) Warum wirst du in der Realität mit nicht so vielen Menschen verwandt sein?

d) Bei welcher Jahreszahl hattest du ca. 1 Mio. Vorfahren (25 Jahre pro Generation)?

12) Seerosenteich



Auf einem Teich wächst eine Seerose, nach einer Woche sind es 2, nach 2 Wochen 4. Nach 12 Wochen ist der Teich zur Hälfte mit Seerosen bedeckt.

a) Nach wie vielen Wochen ist der Teich vollständig bedeckt?

b) Wie viele Seerosen befinden sich auf dem Teich?



13) Schreibe als Potenz (wo geht das nicht?)

a) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 =$



b) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 =$

c) $4 + 4 + 4 + 4 + 4 =$

14) Berechne im Kopf und vergleiche!



a) $2^2 + 2^3 =$ $2^2 \cdot 2^3 =$ $2^5 =$

b) $2^5 - 2^2 =$ $2^5 : 2^2 =$ $2^3 =$

16) Gib das Ergebnis als Potenz an!

a) $3^7 \cdot 3^3 = 3^{10}$

b) $3^5 \cdot 3^5 =$

c) $4^8 \cdot 4^5 =$

d) $4^2 \cdot 4^{11} =$

e) $3^7 \cdot 3^3 =$

f) $3^5 \cdot 3^5 =$

g) $4^8 \cdot 4^{11} =$

h) $4^2 \cdot 4^{11} =$

i) $6^{11} \cdot 6^{24} =$

j) $6^2 \cdot 6^{33} =$

k) $2,5^7 \cdot 2,5^8 =$

l) $2,5^2 \cdot 2,5^{13} =$

15) Berechne mit dem Taschenrechner und vergleiche!



a) $2^5 \cdot 2^7 =$ $2^{12} =$

b) $2^6 \cdot 2^6 =$ $2^{12} =$

c) $2^7 \cdot 2^3 =$ $2^{10} =$

d) $2^2 \cdot 2^8 =$ $2^{10} =$

e) $2^7 : 2^3 =$ $2^4 =$

f) $2^6 : 2^2 =$ $2^4 =$

g) $2^{11} : 2^3 =$ $2^8 =$

h) $2^{12} : 2^4 =$ $2^8 =$

17) Berechne mit dem Taschenrechner und vergleiche!



a) $2^7 \cdot 2^{-2} =$ $2^5 =$

b) $2^9 \cdot 2^{-4} =$ $2^5 =$

c) $2^{11} \cdot 2^{-10} =$ $2^1 =$

d) $2^{-5} \cdot 2^8 =$ $2^3 =$

e) $2^{-3} \cdot 2^{-4} =$ $2^{-7} =$

f) $\frac{2^5}{2^3} =$ $2^2 =$

g) $\frac{2^7}{2^5} =$ $2^2 =$

h) $\frac{2^{11}}{2^9} =$ $2^2 =$

18) Berechne mit dem Taschenrechner und vergleiche!



a) $\sqrt{9} + \sqrt{16} =$ $\sqrt{9+16} =$

b) $\sqrt{36} + \sqrt{64} =$ $\sqrt{36+64} =$

c) $\sqrt{16} + \sqrt{16} + \sqrt{16} + \sqrt{16} =$ $4 \cdot \sqrt{16} =$

d) $\sqrt{36} + \sqrt{36} + \sqrt{36} + \sqrt{36} + \sqrt{36} =$ $5 \cdot \sqrt{36} =$

Auswertung ***	0-43	44-52
Erreichte Punkte		
Bearbeite	***	Nix mehr ,)
Ergänzende Materialien		